

卒業論文  
先物市場における  
現物と先物の価格相関と裁定条件

岡崎裕子  
青山学院大学・理工学部・物理学科  
羽田野研究室

2002年度

# 先物市場における 現物と先物の価格相関と裁定条件

岡崎 裕子  
羽田野研究室

2003年1月20日

## 概要

将来、買う事ができる商品「先物」の価格と、今さまざまな場所で売られている商品「現物」の価格。一見物理とは全く無縁のこの「先物」と「現物」の間の相関関係を統計物理学の視点から解析する。その結果、両者の間に裁定条件が存在することを明らかにする。また、「先物」と「現物」を「個々に振動する二つの粒子」と考えると、そこにある形の復元力が存在する事を示す。

# 目次

1	はじめに	3
2	先物取引について	4
2.1	そもそも先物とは . . . . .	4
2.2	先物取引の歴史 . . . . .	5
2.3	プット・オプション . . . . .	5
2.4	先物取引とリスク・ヘッジ . . . . .	6
2.5	先物取引の実際 . . . . .	7
2.6	「匿名性」と「標準化」 . . . . .	10
3	裁定取引について	10
4	データ解析	13
4.1	相関関数 . . . . .	13
4.2	価格差 $F(\Delta T)$ の分布 . . . . .	14
5	まとめ	16
6	謝辞	18

# 1 はじめに

経済現象を物理学(特に統計物理学)の観点から研究する「経済物理学」という分野が生まれつつある。この分野は、経済現象の解析に、従来の経済学や金融工学とは全く違う観点を持ち込んだ。

伝統的な経済学では、物の価格は需要と供給の均衡から決まるとされる。社会にはある決まった需要と、ある決まった供給があるため、価格は自然と均衡価格に落ち着く、つまり経済は「神の見えざる手」に導かれているという考え方である。しかし、実際には市場価格、特に為替や株価には大きな揺らぎがある。

揺らぎを含めて価格を解析するために作られたのが「金融工学」である [1]。金融工学では需要も供給も揺らぐために、価格も当然揺らぐ。しかし、現実には金融工学的なアプローチが破綻することがしばしばある。それは、金融工学において仮定されている「揺らぎ」が無相関のガウス分布だからである。実際の市場にはガウス分布を超えた暴騰や暴落が存在する。また、関連する市場価格の間には当然相関がある。金融工学は、それらの効果を無視した現象論と言えるだろう。

経済物理学とは、金融工学を超えて、市場価格の揺らぎを、より根本的に、またより微視的に理解しようとする試みである。本研究では、そのような試みの一つとして、同一物品の現物市場価格と先物市場価格の揺らぎを調べる。2つの価格はそれぞれがガウス分布を超えた形で揺らいでいる。また、2つの価格の間には相関関係がある。これらをデータから定量的に抽出し、その原因を探るのが本研究の目的である。

複数の外国為替市場間に強い相関がある事が、最近、饗場らによって明らかにされた [2]。その相関の原因は「裁定取引」であると示唆された。その成果に基づき、本研究でも現物と先物の間の裁定取引に注目して研究を進める。

結論としては、裁定取引によって、現物と先物の間に一定の条件を満たすような効果が生じていることがわかる。現物と先物の各価格の対数を、2つの振動する粒子の位置にたとえると、2つの粒子の間を一定の間隔(金利と期間の積)に保つような復元力が生じていることになる。

第2節では、価格変動のリスク・ヘッジとして生まれた先物の歴史と、売り買いや限月等の先物市場の仕組みや、現物と先物の関係を解説する。第3節では、現物と先物の価格差によって利益を得る裁定取引の仕組みを説明し、先物と現物の対数の差が金利と限月までの期間の積である時が裁定条件であることを示す。第4節では、金のデータをもとに先物と

現物の価格の間に、正の相関がある事を示す。また、先物と現物の間に一定の間隔を保つような復元力があり、裁定取引が可能であることを示す。第5節はまとめである。

## 2 先物取引について

この論文を読み進めるにあたって、いくつか経済の知識を必要とする。ここではまず先物取引について説明する。先物取引とは

1. あらかじめ定められた期日（満期日）に
2. 特定の商品（原資産）を
3. 現時点で取り決めた約定価格で

取引する事を契約する取引である。以下で、簡単な例を使って、先物取引を解説する。

### 2.1 そもそも先物とは

ここで分かりやすい例を提示する。例えば、あなたが農家だとして、米を作っているとす。その年は天候にも恵まれ、たくさんの収穫が見込めたとしても、収穫前の段階ではその米が幾らで売れるのか見当もつかない。もしかしたら高く売れるかもしれないし、安くなるかもしれない。しかし、一方で毎月決まった設備等のローンや生活費がかかる。

そこで、まだ収穫はしていないが、3か月後に米をある決まった価格で売る約束をする。高くは売れないかもしれないが、間違いなく米を現金化できる。つまり、米を収穫したが、安くしか売れないかもしれないという危険を防いだ（価格変動のリスクをヘッジした）わけである。このような取引を先物取引と言う。

次に買い手の立場に立って考えてみよう。米を生産者から買って消費者に売る米屋は、農家と反対に米の値段が安くなる事を望んでいる。3ヶ月後に、ひょっとすると米はとても安くなっているかもしれない。しかし、逆にとても高くなってしまっていると困る。米屋は高い米を買いたくはないので、あらかじめ3か月後に米をある決まった価格で買うという約束をする。これが先ほどと同様の先物取引である。

このように、予想もしない値上りや値下がりに備えて、いわば保険をかけるのが先物取引といえる。先物取引によって決まった値段で商品を提供できるから、農家からすれば生産計画しやすいし、消費者側からすれば、日によって物の値段が違う事を避けられる。

また、農家は「もう少し高く売りたいがこのくらいで我慢するか」、米屋は「もっと安くならんと儲からんが、あとで高くなってもなあ」などの思いが交錯し、その結果として先物の値段が決まっていく。米屋を需要、農家を供給とすると、先物も需要と供給のバランスで市場が成り立っている事がわかる。しかし、現実には様々な農家や様々な米屋があり、このバランスが完全に取れるわけではない。こうして揺らぎが発生する。

## 2.2 先物取引の歴史

では、ここで知識をより深める為に、先物の歴史を追ってみる事にする [3]。現代は価格変動の時代である。自由な市場経済では、株価や商品価格はもちろん、為替も金利も時々刻々と変動し、価格変動は自然なことである。この価格変動というリスクをどうやって回避するかは、遠い昔から重要な問題であった。この問題を解決する方法として生まれたのが先物取引である。日本では大阪の堂島で、米の先物市場が幕府によって公認されたのが、江戸時代の 1730 年である。アメリカでシカゴに穀物商品取引所が設立されたのが、日本より 100 年以上遅れた 1848 年のことである。

近年、日本で再び先物取引が注目されるようになった。日本では 10 年前まで、証券取引や不動産取引など現物取引では、価格は常に右肩上がりであり続け、価格が下がることを考えに入れていなかった。ところが、バブルがはじけて初めて株価や地価も下がることを知った。また金融が自由化されて、為替や金利も動き出した。こうして、価格が下がるときに威力を発揮する先物取引が注目され始めたのである。

## 2.3 プット・オプション

アメリカでは最近、農産物の価格変動のリスクを回避するために、農家に「プット・オプション」を買うことを勧めている。プット・オプションとは、ある物品を将来のある時点で、ある価格で売る権利である。先物取引から派生した金融商品で、現物の価格が下がるとその価値が上がる。

アメリカ政府は、農家が買うオプションの料金である「プレミアム」の一部に補助金を出して、その後押しをしている。農産物の生産農家は、保険のために、種を播く時にプット・オプションを買っておく。収穫時に農産物価格が下がっても、買っておいたプット・オプションで益が出る。

アメリカのコーンの生産農家は、種を播く春、将来コーン価格が下がるリスクを回避するために、例えば1ブッシェルあたり権利行使価格3ドルのプット・オプションを買っておく。収穫の秋になって、現物のコーンが3ドル以上で売れば、プット・オプションを買うときに支払ったプレミアムは「掛捨て」にする。現物のコーン価格が3ドルよりも安いときは、このプット・オプションを「転売」するか「権利行使」すれば、1ブッシェル3ドルは確保できる。このような仕組みで、プット・オプションは保険の役割を果たしているのだ。

この政策をアメリカ政府は、イリノイ州など7州の大豆と小麦とコーンの穀物農家に対して1993年から95年まで行ない、カリフォルニア州など7州の酪農農家に対しては昨年からは行なっている。

## 2.4 先物取引とリスク・ヘッジ

例えば米の価格が下がったら困ると思う農家は、米の先物を「売る」。実際、米の価格が下がったら、売っておいた先物を「買い戻す」。そうすると、先物で益が出るので、現物の損が償われるのである。これを「リスク・ヘッジ」と言う。通常、現物市場では、相場が下がると、ほとんど全ての人がかかりする。しかし相場の上下は、ごく自然な現象で、この相場が変動するリスクを「ヘッジ」しておけばよいのである。

「ヘッジ」というのは本来「垣根」のことで、より安全な場所で危険を避けるという意味である。転じて、価格変動のリスクを軽減する意味でも使われるようになった。価格変動は上昇と下落のどちらかであるが、価格が上がって利益になる場合もあれば、価格が下がって利益になる場合もある。つまり、リスクにも価格上昇と下落の二つの場合がある。そこで、一方に相場が下がって不利になるとき、他方に相場が下がると有利になるものを持つ。そうすれば一方の損を他方の益で補って、リスクをヘッジできる。相場が下がると有利になるものとは、先物の「売り」と「プット」オプションである。

先物の「売り」は、将来、相場が下がるときには「買い戻す」ことで利益になる。価格が下がったとき損が出るような現物の価格変動リスク

をヘッジするには、先物という手段が役立つ。農産物の生産者のように現物価格が下がると困る人は、現物を確保すると同時に先物を売る。加工業者のように現物価格が上がると困る人は、やはり現物以外に先物を買う。例えば新潟の米の生産者が自分の生産するコシヒカリ1俵に対して16000円は確保したいと思うときは、夏の田植え時に先ず米の先物を売る。秋の収穫時に1俵14000円に下がったら、売った先物を買戻す。こうして2000円の益が出る。現物取引では損するが、先物取引の益がそれを相殺するのである。

現物の価格変動そのものをなくすことは困難だが、先物の取引でリスク・ヘッジが可能だ。リスク・ヘッジができれば、あとは安心して生産も取引もできる。先物取引の経済的な意味は、価格変動という「リスクからの解放」と言ってもいいかもしれない。

## 2.5 先物取引の実際

先物は、証券取引のように、買ったらいつまで待っていても差し支えないというものではない。基本的には、将来の「一定時期」に現物の「受渡し」(デリバリー)をするという約束である。この「一定時期」は、毎月あるいは隔月に「受渡し期日」が決められている「限月」(げんげつ、デリバリー・マンス)と言われるもので、個々の先物契約の「期限」である。そのため、先物は「定期」と言われることもある。もちろん期限が来る前に反対売買(転売、買戻し)をして契約を終了することも可能だ。

農産物には収穫期があるので、先物に期限があるのは自然な事である。例えば7月限と言えば、7月の取引最終日(納会日)までに反対売買をするか、受渡し期日に現物(供用品)の受渡しをする約束を意味する。株価指数先物取引は、3月、6月、9月、12月の第2金曜日の前日を取引最終日とする取引に分かれている(図1)。これらを限月取引(げんげつとりひき)という。取引最終日の近いものから順番に5つの限月取引が並行して行われる。このように先物は決済の期限が設けられている契約であることが分かる。

ところで、先物には「証拠金」(マージン)という仕組みがある。先物は、相場の変動幅を担保する証拠金を預託すれば、いま現物を手元に持っていなくても「売る」ことができる。これを「空売り」と言う。前に売った先物をあとで「買戻し」、あるいは前に買った先物をあとで「転売」するとき肝腎なのは、相場変動の幅(価格差)であって相場そのもので



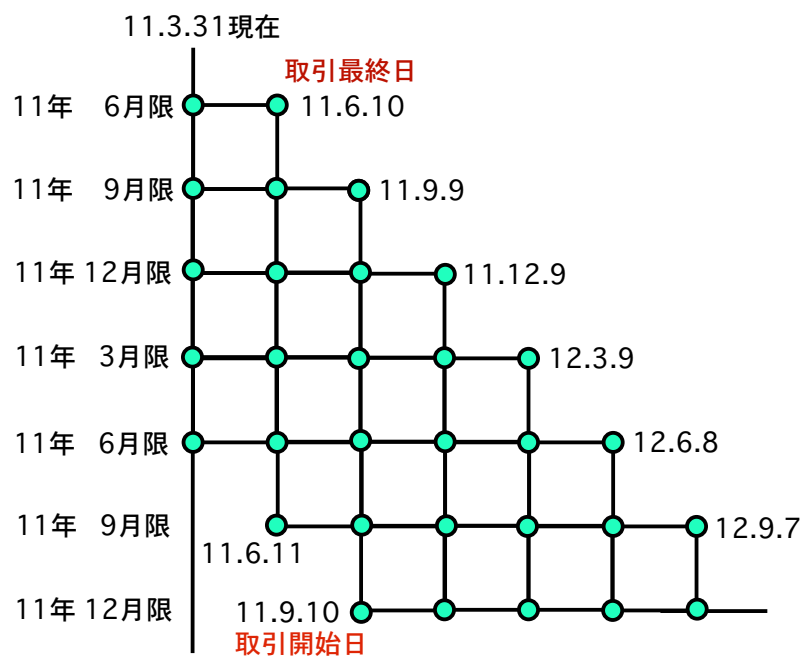


図 1: 株価指数先物取引の限月の仕組み。例えば平成 11 年 3 月 31 日現在では、11 年 6 月限から 12 年 6 月限までの 5 種類の先物が同時に存在する。

はない。したがって、先物は相場変動リスクを担保する「証拠金」で取引する。先物の取引開始には、現物取引のように全価格に相当する金額（約定総代金、丸代金）を用意する必要はない。売手も買手も、将来の相場変動リスクの担保として決められている「証拠金」だけを預託して始める。これが先物の最大の特徴だ。

例えばコーンの先物の取引単位は1枚100トンとかなり大きい、コーンの価格が1トン1万円とすると、コーン100トンの現物取引には100万円の資金が必要である。しかし、コーンの先物取引では1枚あたり当初証拠金8万円だけでよい。コーンの価格が1トン12000円に上がれば、100トンでは120万円になり、20万円の利益になる。先物1枚では8万円の当初証拠金の預託で、同じ20万円の利益が生まれるのだ。このことをレバレッジ効果と言う。「レバレッジ」とは「てこ」のことで、少ない資金で大きな取引をすることを言う。

現物取引は通常、決済（代金の支払いと商品の受渡し）が終わっているので、後で値段が変わったからと言って、追加の代金を払えというようなことはない。しかし先物は、まだ決済の終わっていない「証拠金」だけの取引である。したがって先物の買手は現物を受ける義務があり、先物の売手は現物を渡す義務がある。しかし現物の受渡しをしないで、途中で先物の反対売買（転売、買い戻し）によって契約を終了させることもできる（図2）。決済が終了していない注文を「建玉」と言うが、建玉を決済する（手仕舞う）には、その時点の先物相場で反対売買（転売、買い戻す）が行なわれる。

先物相場は常に変動し、相場が一定の幅を超えて変動するときは、「ストップ高」や「ストップ安」と言って、少し休憩して頭を冷やす時間を置くこともある。その日の最終値段で「値洗い」（決済の終了していない建玉の損益を計算）してみて、担保（証拠金）が不足するときには、追加の証拠金の預託が要請される。これが追証（マージン・コール）といわれるものである。

もし追加資金が続かなくて、要請される「追証」を預託しなければならない場合は、損が出て反対売買（損切り）しなければならない義務がある。もう「追証」を預託することができないときは、やむを得ず、この時点で「反対売買」することになり、その取引を終了する。

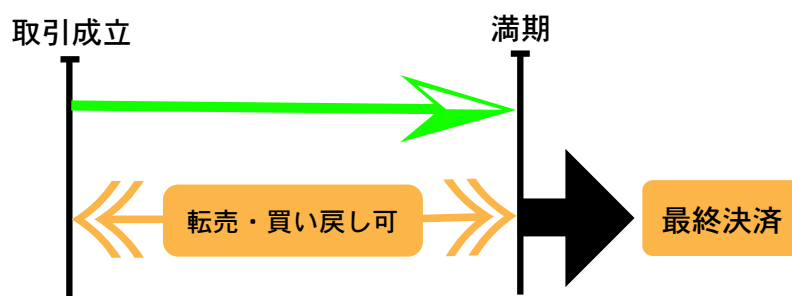


図 2: 先物取引の満期（限月）までには転売と買戻しができる。

## 2.6 「匿名性」と「標準化」

先物は「匿名性」と「標準化」も特徴の一つだ。先物では自分の相手が特定されていない。現物取引は通常、相手が決まっているので、受け渡す商品についても、そう厳格に決める必要は少ない。先物は「匿名」なので、将来の一定時期（受渡し期日）に現物の「受渡し」をすと言っても、誰がどんな物を渡して来るか分からないのである。

誰から現物（供用品）が渡されて来ても大丈夫なように、先物では「受渡し」の「期日」、「場所」、「供用品」などの規格が厳格に定められ、受渡しされる現物は、銘柄や品質などによって厳密に格付け（グレーディング）されている。また、受けた現物（供用品）を、さらに翌月限の受渡しにまわすことも、その供用できる「期間」も定められている。こうして、先物取引の受渡しは現物取引とリンクしている。

## 3 裁定取引について

本来、リスクを軽減する為に生まれた先物取引であるが、証券取引など現物取引に慣れた人々が、将来相場が上がることを信じ、相場が低いときに買って、高いときに売る事を考え始めた。これを裁定取引という。そこで、この節では裁定取引について説明し、次いで本研究の研究動機を述べる。

裁定とは本来は「事柄の善し悪しを調べ、決定すること」だが、先物取引では有利な時点での売買で利益をあげることが意味する。有利な時点とは割安なものがあるときである。つまり、安いほうを買い、高いほうを売るという、現物と先物の価格差によって利益を得る取引のことで

ある。

例えば日経平均の場合、現物は日経平均を構成する 225 銘柄の現物株式のことで、先物はその日経平均が、ある時点にいくらになっているかを売り買いするものである。仮に日経平均現物が 10000 円で、日経平均先物が 15000 円という価格が市場でついているとしたら、現物を買って先物で売る。そして、決済日が来るのを待つ。決済日においては先物として 15000 円で売る権利がある。このように、価格差で利益を得る取引を裁定取引といい、先物市場と現物市場の間で頻繁に行われている。

現物価格と先物価格の間には理論的な関係が存在する。先物取引の決済は将来行われるため、決済するまでの期間、資金を他の金融商品で運用すれば、その間の利息を受け取ることができる理屈である。このため、理論的に先物価格は現物価格より、その時点の短期金利分だけ高くなる。つまり、 $m$  月を限月とする先物 (future) の  $t$  月における価格  $F_m(t)$  は、同時刻の現物 (Spot) の価格  $S(t)$  と比べて

$$F_m(t) \simeq S^*(m; t) \equiv e^{\lambda \Delta T} S(t) \quad (1)$$

と期待される [4]。ここで  $\lambda$  は金利、 $\Delta T = m - t$  である。右辺の  $S^*(m; t)$  は  $m$  月における現物価格を  $t$  月において予想したものと考えることができる。(ただし、厳密には先物取引では、現物保有時に得られる配当金は受けられないので、この分は差し引かれる。以下では、この効果は簡単のため無視する。)

しかし、実際の先物価格  $F_m(t)$  は需要供給が揺らぐため、理論価格  $S^*(m; t)$  より高くなったり、安くなったりする (図 3)。先物価格が理論価格より高くなった時を割高、安くなった時を割安という。ここに裁定の働く余地が生まれる。先物が割高なら現物を買って先物を売り、先物が割安なら、先物を買って現物を売る。(なお、厳密には手数料も含めて割安か割高かを判断する。これも以下で無視する。)

このように、裁定取引は現物と先物の価格差によって行われる。先物  $F_m(t)$  を買うか買わないかは、限月である  $m$  月での現物の予想価格  $S^*(m; t)$  が  $F_m(t)$  よりも高いか安いかにによって決定される。つまり、今の先物の価格  $F_m(t)$  と将来の現物の予想価格  $S^*(m; t)$  を比較した時に、 $S^*(m; t)$  の方が  $F_m(t)$  より高いと判断した場合は先物を購入し、安いと判断した場合は先物を売却するのである。これを式で表現すると以下ようになる：

$$\frac{F_m(t)}{S^*(m; t)} \begin{cases} \leq 1 \text{ の時、先物 } F_m(t) \text{ の買い。} \\ \geq 1 \text{ の時、先物 } F_m(t) \text{ の売り。} \end{cases}$$

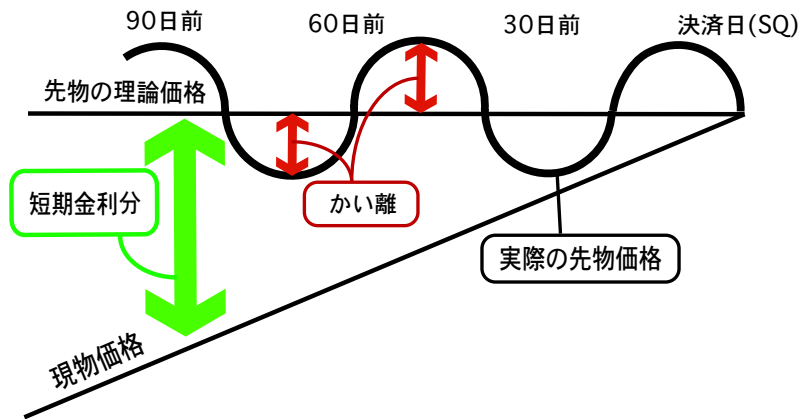


図 3: 現物価格  $S(t)$ , 先物理論価格  $S^*(m;t)$  と実際の先物価格  $F_m(t)$  の時間変化の概念図。

つまり

$$f(m, t) = \frac{F_m(t)}{S^*(m; t)} \quad (2)$$

とおくと、

$$f(m, t) = 1 \quad (3)$$

が裁定条件である事が分かる。さらに両辺の対数をとると

$$\log f(m, t) = \log F_m(t) - \log S^*(m; t) = 0 \quad (4)$$

である。

ところで式 (1) より

$$S^*(m; t) = e^{\lambda \Delta T} S(t) \quad (5)$$

となる。これを式 (4) に代入すると、裁定条件は

$$\log f(m, t) = \log F_m(t) - \log S(t) - \lambda \Delta T = 0 \quad (6)$$

つまり

$$\log F_m(t) - \log S(t) = \lambda \Delta T \quad (7)$$

のように変形することができる。そこで、現物と先物の価格差の指標として

$$F(\Delta T) \equiv \log F_m(t) - \log S(t) \quad (8)$$

を導入すると、結局、裁定条件は

$$F(\Delta T) = \lambda \Delta T \quad (9)$$

と表せる。この式の左辺が右辺より小さければ先物の「買い」、逆ならば「売り」が裁定取引となる。

最近、饗場らによって外国為替市場にも裁定取引が存在する事が証明された [2]。例えば、100 円をドルに両替して、そのドルをユーロに両替し、そのユーロを円に両替するだけで 100 円以上になる場合がある。これを三角裁定機会といい、この利益を狙った取引を三角裁定取引という。また、この三角裁定取引が個々に揺らいでいる外国為替レート間に相互作用を発生させている事を示した。

本研究では、先物市場と現物市場における裁定機会に注目する。外国為替市場のように、裁定取引が原因で先物と現物の間に相関関係が生まれていると考える。そこで、第 4 節で先物と現物の値に相関関係がある事と、先物と現物の間に裁定機会が存在することを示す。

## 4 データ解析

以下では、上の理論に基づいて先物と現物の価格相関のデータを解析する。解析データとしては、時刻  $t$  の現物の価格  $S(t)$  と、その 2 か月後  $m = t + 2$  に限月を向かえる先物  $F_{t+2}(t)$  を、1977 年 1 月 3 日から 2002 年 10 月 11 日の金のデータから選び出した。

### 4.1 相関関数

まず現物と先物の相関関係を調べる。データ  $X$  と  $Y$  の間に相関関係がある場合、相関関数が

$$\frac{\overline{XY} - \bar{X}\bar{Y}}{\bar{X}\bar{Y}} \neq 0 \quad (10)$$

となる。ここで  $\bar{X}$  は  $X$  のデータ列に関する平均を表す。また、 $X$  が増加すれば、 $Y$  も増加する正の相関の場合

$$\frac{\overline{XY} - \bar{X}\bar{Y}}{\bar{X}\bar{Y}} > 0 \quad (11)$$

$X$  が増加すると、 $Y$  が減少する負の相関の場合

$$\frac{\overline{XY} - \bar{X}\bar{Y}}{\bar{X}\bar{Y}} < 0 \quad (12)$$

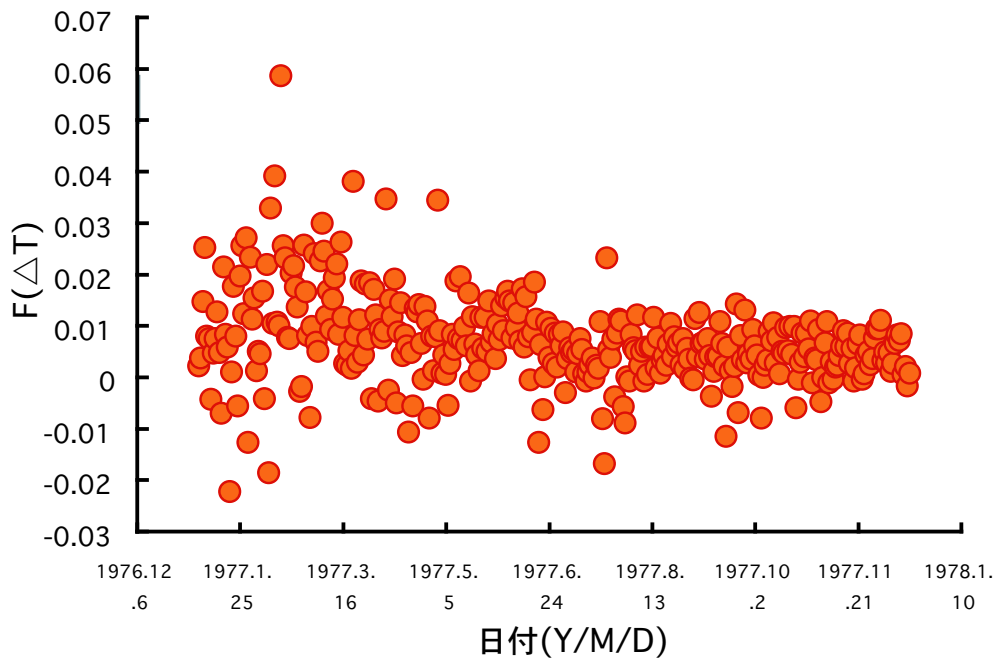


図 4: 価格差  $F(\Delta T)$  の時間変化。

となる。上述の金のデータの相関関数は

$$\frac{\overline{S(t)F_{t+2}(t)} - \overline{S(t)} \overline{F_{t+2}(t)}}{\overline{S(t)} \overline{F_{t+2}(t)}} = 0.068 \quad (13)$$

となった。つまり、先物と現物の間に正の相関がある事が示された。これは、現物価格が上がれば、それにつられて先物価格も上がることを示している。

## 4.2 価格差 $F(\Delta T)$ の分布

次に式 (8) で定義される価格差  $F(\Delta T) \equiv \log F_m(t) - \log S(t)$  (ただし  $\Delta T = m - t = 2$ ) がどのような分布をしているのかを図 4 に示す。この図から価格差  $F(\Delta T)$  の値が  $0 \sim 0.01$  に多く存在することがわかる。

ここで  $F(\Delta T)$  がどの範囲にどのくらいの確率で分布しているか判断するため、確率密度分布を作る。確率密度  $P(x)$  は、値の総数  $N$  個のうち  $x$

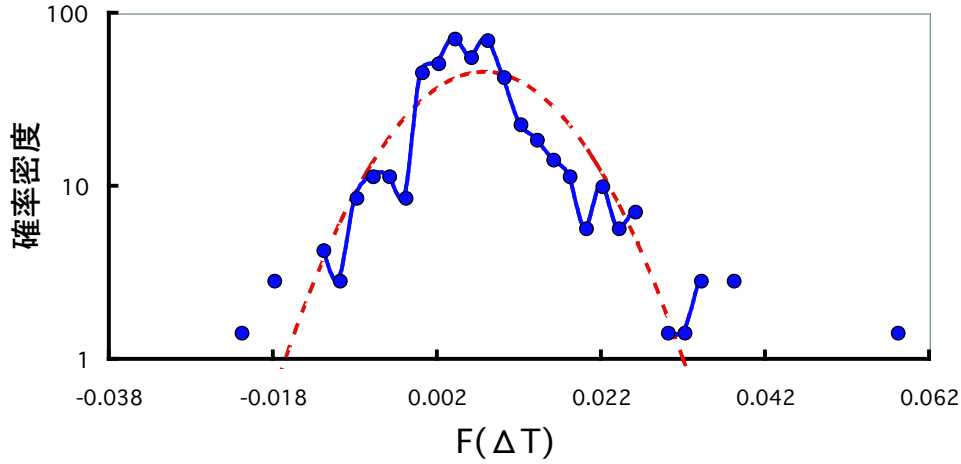


図 5: 点は価格差  $F(\Delta T)$  の確率密度分布の片対数プロット。点線はガウス分布 (15) で  $\mu = 0.007756093$ 、 $\sigma = 0.008766938$  としたものの。

$\sim x + \Delta x$  の間に値が  $h(x)\Delta x$  個存在する場合、

$$P(x)\Delta x = \frac{h(x)\Delta x}{N} \quad (14)$$

と表される。これを図 4 のデータについて計算して図 5 に示す。また、図 5 にはあわせてガウス分布も描いた。

もし、 $\log S(t)$  と  $\log F_m(t)$  がそれぞれ独立にランダムウォークをしていると、 $\log S(t)$  も  $\log F_m(t)$  も、そして  $F(\Delta T) \equiv \log F_m(t) - \log S(t)$  もガウス分布する。ガウス分布  $P_0(x)$  とは平均を  $\mu$ 、分散を  $\delta$  とおくと

$$P_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (15)$$

の形の分布である。図 5 のように片対数プロットすると、点線のような放物線になる。

価格差  $F(\Delta T)$  の分布とガウス分布を比較すると注目すべき点が二つある。それは  $F(\Delta T)$  の分布がガウス分布に比べて

1. 裾が長い ( $F(\Delta T) < -0.01$  および  $F(\Delta T) > 0.03$  の範囲)
2. 中央に鋭いピークを持つ ( $0 \leq F(\Delta T) \leq 0.01$  の範囲)



という2点である。

まず、第1点のようにガウス分布より裾が長いのは、ランダムウォークではめったに現れない大きな値が存在している事を示している。つまり、裁定機会が存在することを示している。これは個々の価格  $F_m(t)$  と  $S(t)$  が激しく揺らいでいるため現れる現象である。実際に、株価の変動の分布が truncated Levy 分布という幅の広い分布になることが知られている [5]。図5から、金の現物価格や先物価格も同様の幅広い分布をしていることが示唆される。個々が激しく揺らいでいるために、先物と現物の間に大きな価格差が生まれるのである。そして、図5において分布の右側の裾では先物を売る裁定機会が、分布の左側の裾では先物を買う裁定機会が存在している (図6)

次に第2点として、 $F(\Delta T)$  の値が  $0 \sim 0.01$  の間に特に集中している事が分かる。つまり先物  $\log F_m(t)$  と現物  $\log S(t)$  の差が  $0.01$  という間隔を保つような力がある事を示している。この間隔は式 (6) より  $\lambda\Delta T$  になると期待される。 $F(\Delta T) > \lambda\Delta T$  となると、先物を売る裁定機会が発生する。そのためみんなが先物を売って現物を買うので  $F_m(t)$  が下がり、 $S(t)$  が上がる。その結果  $F(\Delta T)$  は  $\lambda\Delta T$  に近づく。逆に  $F(\Delta T) < \lambda\Delta T$  となると、先物を買う裁定機会が発生、先物を買われて現物が売られるので  $F_m(t)$  が上がり、 $S(t)$  が下がる。こうして、やはり  $F(\Delta T)$  は  $\lambda\Delta T$  に近づく。以上から、先物と現物を図7のようにゴムバンドでつながれた2つの粒子とモデル化できると考えられる。

## 5 まとめ

本研究では、金の現物価格と先物価格をデータ解析した。その結果、先物市場に裁定機会が存在する事を示した。その裁定取引が原因で、別々の市場でやり取りされている先物と現物の間に一定の間隔を保つ復元力が存在する事が分かった。先物と現物の対数の差の確率分布は、ガウス分布と比較して中心に鋭いピークを持ち、また裾が長い。中心の鋭いピークは先物と現物の間に一定の間隔を保つ復元力があることを示す。長い裾は先物と現物が個々に激しく揺らでおり、価格差ができるため、裁定取引が存在している事を示している。

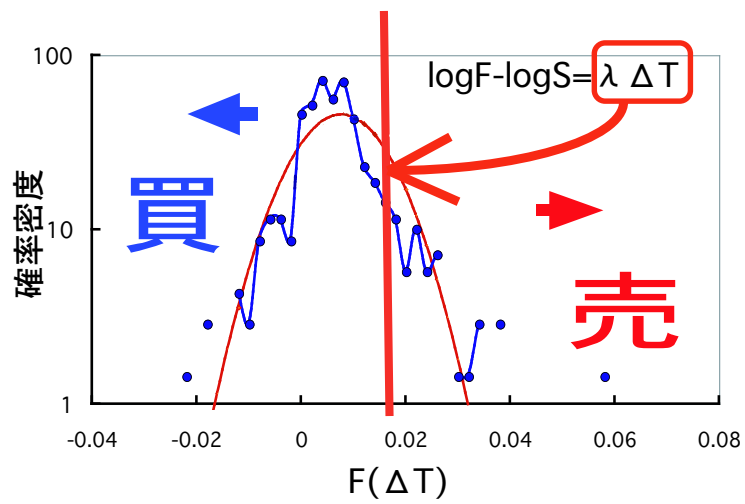


図 6: 確率分布と裁定機会。

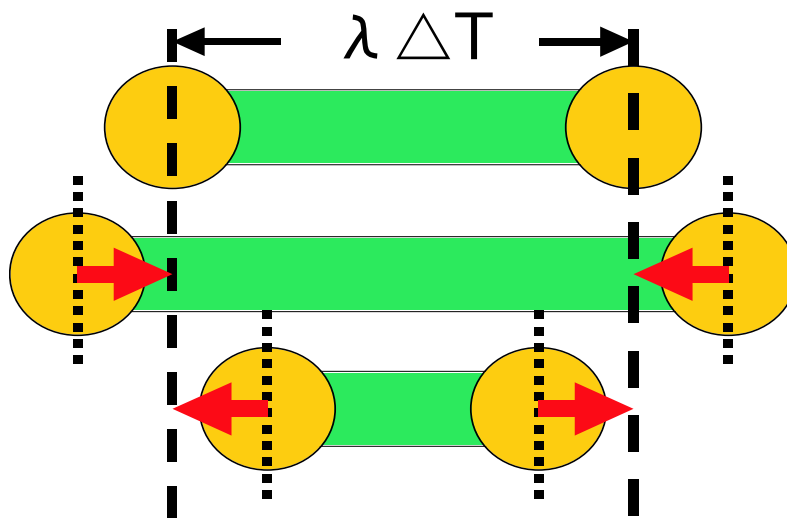


図 7: 黄色い丸が先物と現物、矢印が復元力。

## 6 謝辞

短い間でしたが、羽田野研のみなさまには本当にお世話になりました。

特に羽田野先生には、研究室に入る前から最後まで、とても寛大に接して頂き、ここまで研究を進める事ができました事、深く御礼申し上げます。また、私の為に講義を開き、経済物理の面白さを教えてくださった饗場先輩にも大変感謝しております。

羽田野研のみなさまが、これからも様々な分野でご活躍な事を心より願っております。1年間、ありがとうございました。

## 参考文献

- [1] 倉都康行『金融工学講座』(PHP エディターズ、2000)
- [2] Y. Aiba, N. Hatano, H. Takayasu, K. Marumo and T. Shimizu, Triangular arbitrage as an interaction among foreign exchange rate, *Physica A* **310** (2002) 467-479
- [3] 柳沢逸司『ノーリスク・ノーリターン』(東洋出版、1999)
- [4] John C. Hull, *Options, Futures, and Other Derivatives* (Prentice-Hall, 1997)
- [5] R.N. Mantegna and H.E. Stanley, "An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance" (Cambridge University Press, 1999)