卒業論文

インフレーションと
ハイパーインフレーション

松岡信之

青山学院大学・理工学部・物理学科
羽田野研究室

２００２年度

インフレーションとハイパーインフレーション

松岡信之

羽田野研究室

2003年1月20日

概 要

インフレーションとは、通貨の価値が暴落し、物価や通貨の交換レートが暴騰する現象である。過去のインフレーションを調べると、指数関数的に増加する場合がほとんどであるが、まれに二重指数関数的に増加する場合もある。ここでは前者をインフレーション、後者をハイパーインフレーションと定義する。

本研究の目的は、多数のディーラーがお互いに取引を繰り返すというミクロなモデルを用いて、マクロな現象であるインフレーションとハイパーインフレーションを再現し、それらの起こる条件を調べることである。本研究で新しいのは、買い手と売り手のバランスを崩した点である。この条件下では、ほとんどの場合がインフレーションになることを確認した。

目 次

1　はじめに

近年、経済現象を物理学的な視点から見るという研究が盛んにおこなわれている [1]。ここでは、経済現象の一つであるインフレーション（通貨の価値が暴落して、物価や交換レートが暴騰する現象）をテーマとする。

歴史上最大のインフレーションは第二次世界大戦後のハンガリーで起こった。1945 年 7 月では 1 ドル＝ 100Pengo であった為替レートが約 1 年のうちに 1 ドル＝ 6×10^{24}Pengo ものアボガドロ数を超える値となった。図 1 は Pengo とドルの交換レートの推移を片対数プロットしたものである [2]。

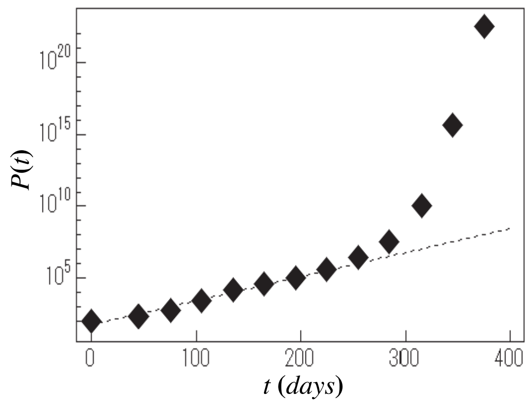

図 1: 米ドルとハンガリーの旧通貨 Pengo との交換レートの変化の片対数プロット。横軸は 1945 年 7 月 1 日からの日数。破線は指数関数的増加を示す。

図 1 を見ると $t = 220$ 日までドルの価格がほぼ直線的に増大している。つまり、次のような指数関数に従って価格が上昇するという経験則を得る：

$$P(t) \propto e^{at}. \tag{1}$$

これは、インフレ率一定の状態が持続していることを意味している。この形の増加を**インフレーション**と定義する。このような指数関数型のインフレは、過去に頻繁に見られる事例であることが確認されている。

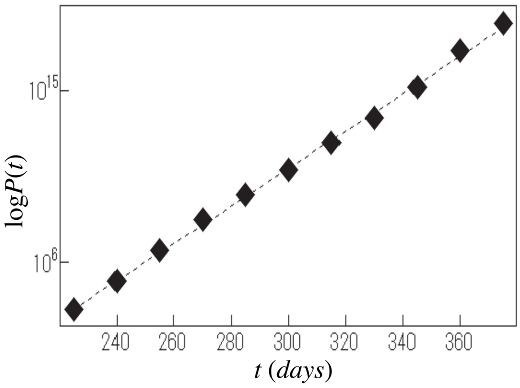

図 2: 220 日以降の領域を二重 log スケールで再度プロットをおこなった。このグラフの破線は二重指数関数を示す。

図 2 は、図 1 の 220 日以降の部分を取り出して二重対数目盛で再度プロットしたものである [2]。ほぼ直線にのっている。つまり、次のような二重指数関数に従って価格が上昇していることがわかる：

$$P(t) \propto e^{be^{ct}}. \tag{2}$$

これは、インフレ率が時間の経過と共に指数関数的に増大したこと意味している。この形の増加を**ハイパーインフレーション**と定義する。このように、まれに価格が二重指数関数的に増加する事例が確認されている。

インフレーションやハイパーインフレーションについては水野らによって確率的動力学と繰り込みを用いた研究がなされている [2, 3]。本研究では、多数のディーラーがお互いに取引を繰り返すというミクロなモデルを用いて、マクロな現象であるインフレーションやハイパーインフレーションを再現し、それらの起こる条件を調べることが目的である。

第 2 章では、多数のディーラーがお互いに取引を繰り返すというミクロなディーラーモデルについて説明する。第 3 章では、インフレーションの再現のために買い手と売り手のバランスを崩すという条件を加えてシミュレーションをし、その結果、インフレーションの再現に成功したことについて説明する。第 4 章では、ハイパーインフレーションの再現のために時間とともに買い手の割合が増える条件を加えてシミュレーションをし、その結果について説明する。

2 ディーラーモデルの概要

ここでは、多数のディーラーがお互いに取引を繰り返すというミクロなモデルを説明する [4]。N 人のディーラーがそれぞれ希望買値 B_i と希望売値 S_i $(1 \leq i \leq N)$ を持ち、安く買って高く売ろうとしている。利潤を得るためには、不等式

$$S_i - B_i > 0 \tag{3}$$

が成り立っていなければならない。さらにモデルを簡単にするために、各々のディーラーの希望買値 B_i と希望売値 S_i の差を一定値 Λ に固定する。つまり

$$S_i - B_i = \Lambda \tag{4}$$

である。i 番目のディーラーと j 番目のディーラーの間に取引が成立する条件は

$$B_i \geq S_j \tag{5}$$

である。これは式 (4) より、

$$B_i - B_j \geq \Lambda \tag{6}$$

と書き直せる（図 3）。こうして、仮定 (4) により全てのディーラーに対して買値 $\{B_i\}$ を考えるだけでよくなる。

市場に N 人のディーラーがいて売買をしているとすると、市場で取引が成立するためには、全てのディーラーの中で一番高い希望価格と一番安い希望売値の間で式 (6) が成り立つ必要がある。よって取引条件は

$$\max_i B_i(t) - \min_i B_i(t) \geq \Lambda \tag{7}$$

となる (図 4)。ここで、$\max_i$ と $\min_i$ はそれぞれ、i を変化させたときの最大値と最小値を表す。

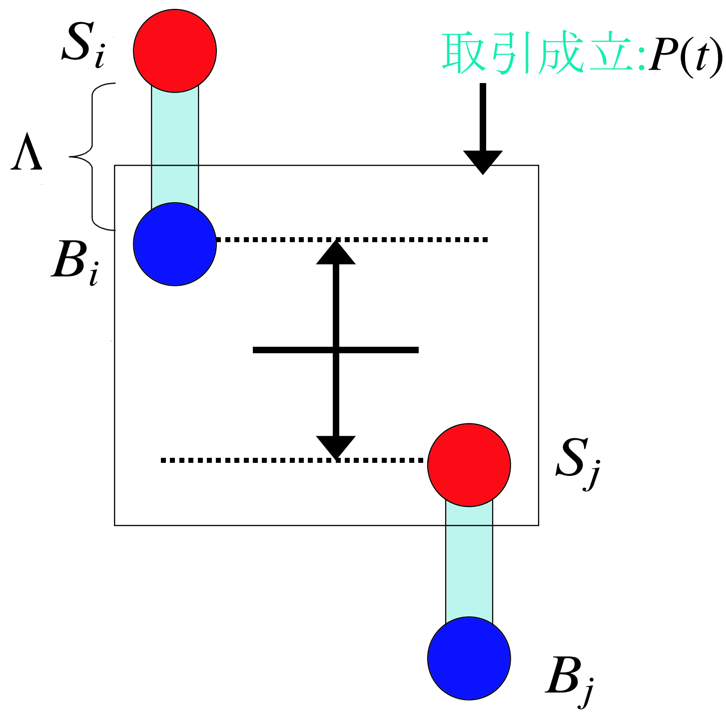

図 3: 取引の概念図。ディーラー i とディーラー j の間に取引が成立するためには、一方の希望買値がもう一方の希望売値を上回らなければならない。

市場価格 $P(t)$ は売買が成立したときの売値と買値の平均値とする。この値は、次の売買が起こるまで変化しないものとする。従って $P(t)$ は次のように定義できる：

$$P(t) = \begin{cases} \dfrac{(\max\limits_i B_i(t) + \min\limits_i S_i(t))}{2} = \dfrac{(\max\limits_i B_i(t) + \min\limits_i B_i(t) + \Lambda)}{2} & (L(t) \geq \Lambda), \\ \\ P(t-1) & (L(t) < \Lambda). \end{cases}$$

ただし $L(t)$ は、時刻 t における最大と最小の希望価格の差

$$L(t) = \max_i B_i(t) - \min_i B_i(t) \tag{8}$$

である。

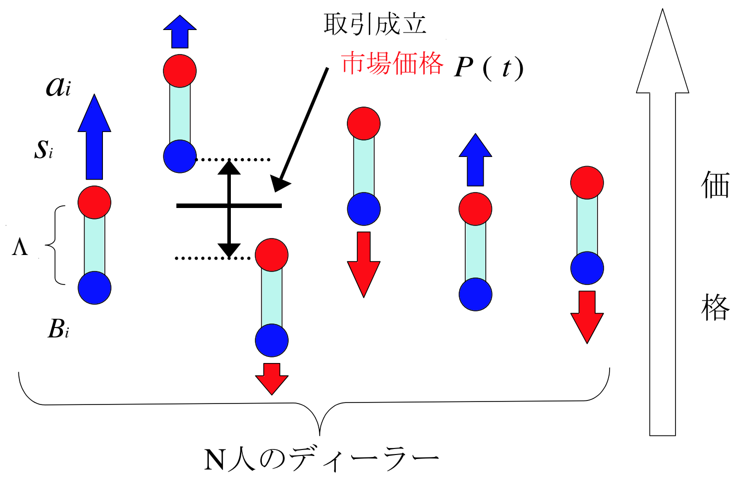

図 4: ディーラーが N 人のときの取引概念図。左から 2 番目のディーラーは最も高い希望買値をつけている。一方、左から 3 番目のディーラーは最も安い希望売値をつけている。この 2 人の間で取引が成立する。

次に、各ディーラーは次のルールに従い買値を時間発展させていく。

$$B_i(t+1) = B_i(t) + a_i(t) + c\Delta P_{\mathrm{prev}} \tag{9}$$

ここで、ΔP_{prev} は一回前の市場価格の増減である。つまり、この値が正の値なら次も価格が上がるだろうというディーラーの期待を表す。c はその影響の強さを決めるパラメータである。

また $a_i(t)$ は各ディーラーの個性を表す項である。正値なら買い手として希望買値を上げている状態、負値なら売り手として希望売値を下げている状態を表す。簡単のために、売り手は取引後に買い手に、買い手は取引後に売り手に立場を変えなければいけないとする。すると、$a_i(t)$ の時間発展は次のようになる：

$$
a_i(t+1) = \begin{cases} |a_i(t)| \text{（取引が生じたときに売り手のディーラー）} \\ \\ -|a_i(t)| \text{（取引が生じたときに買い手のディーラー）} \\ \\ a_i(t) \text{（取引が生じなかったときの全てのディーラーと,} \\ \quad \text{取引が生じたときに売り手と買い手以外のディーラー）} \end{cases}
$$

つまり、売り手は売れるまで自らの希望売値を下げ続け、買い手は買えるまで希望買値を上げ続けると仮定する。

初期値 $a_i(0)$ と $B_i(0)$ はそれぞれ、$[-\alpha, \alpha]$、$[100, 100+\beta]$ の一様乱数で与える。また、$t=0$ では $P(0)=0$、$\Delta P_{\mathrm{prev}}=0$ とする。

このモデルの時間発展には確率的な要素は全くなく、完全に決定論的である。パラメータはディーラー数 N、$a_i(t)$ と $B_i(t)$ の初期ゆらぎを決める α と β、閾値 Λ、過去の価格変動量 ΔP_{prev} の影響をコントロールする定数 c の 5 つだけである。

3　インフレーション

第 2 章でディーラーモデルの説明をした。このモデルに、新たな条件を加えてシミュレーションし、インフレーション再現を目指す。

インフレーションが起こる背景の一つに、インフレ・マインドが市中に蔓延することがあると考えられている。つまり、今後も市場で価格が上昇すると大多数の人が思っていることが考えられる。そこで、前節のモデルにおいて買い手の数が売り手の数より多くなるようにする。以下のシミュレーションでは、ディーラーの数 $N = 500$ 万人に対して、買い手 90%(450 万人)、売り手 10%(50 万人) とバランスを崩して取引させた。

図 5 と図 6 にシミュレーションの結果を示す。他のパラメータ値は $c = 0.5$、$\alpha = 0.3$、$\beta = 50$、$\Lambda = 20$ である。

図 6 より、t が 1.5×10^4 から 4×10^4 の間で直線的に増加していることが確認できる。つまり、この区間での価格 $P(t)$ は $P(t) \propto e^{at}$ となっており、インフレーションが起こったことが確認できる。

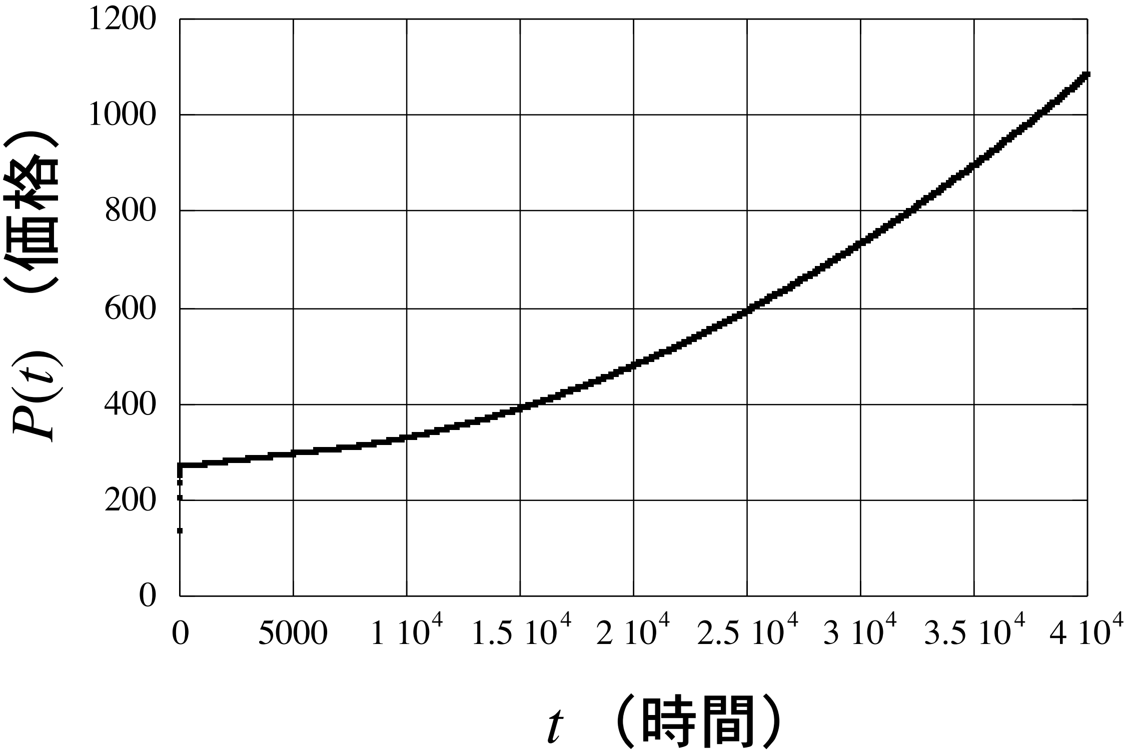

図 5: シミュレーション結果。横軸を時間 t、縦軸を価格 $P(t)$ とする。

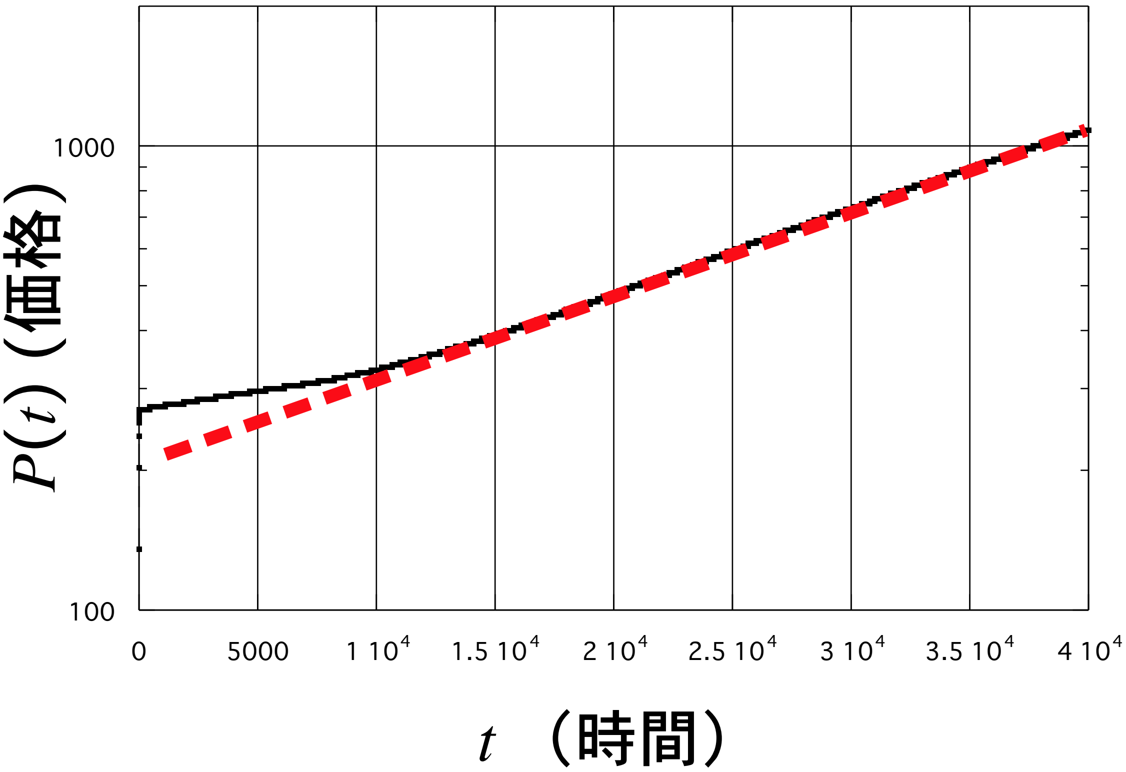

図 6: 図 5 と同じシミュレーション結果。縦軸を対数スケールにした。破線は傾き 4.2×10^{-5} の直線。

4　ハイパーインフレーション

ハイパーインフレーションは、指数関数以上の増大、二重指数関数的に増加するときである。そこで次にハイパーインフレーションが起こる条件を調べる。

まず、インフレーションが起こった場合（図 6）におけるインフレ率 a が買い手の割合にどのように依存するかを図 7 に示す。

図 7 より、買い手の割合が増加するとインフレ率が増加していることがわかる。そこで指数関数以上の増加の変化をさせるために、新たに時間の経過とともに買い手の割合が増えるような条件を加える。具体的にはインフレーションが起こったら買い手が増えていくように、新たに買い手のディーラーが増えるようにする。パラメータは初期のディーラーの数 $N = 500$ 万人、$c = 0.5$、$\alpha = 0.3$、$\beta = 50$、$\Lambda = 20$ とする。

買い手を 1 ステップあたり 10 人〜100 人の割合で増やして取引させた。残念ながら、二重指数関数的な増加は確認できなかった。

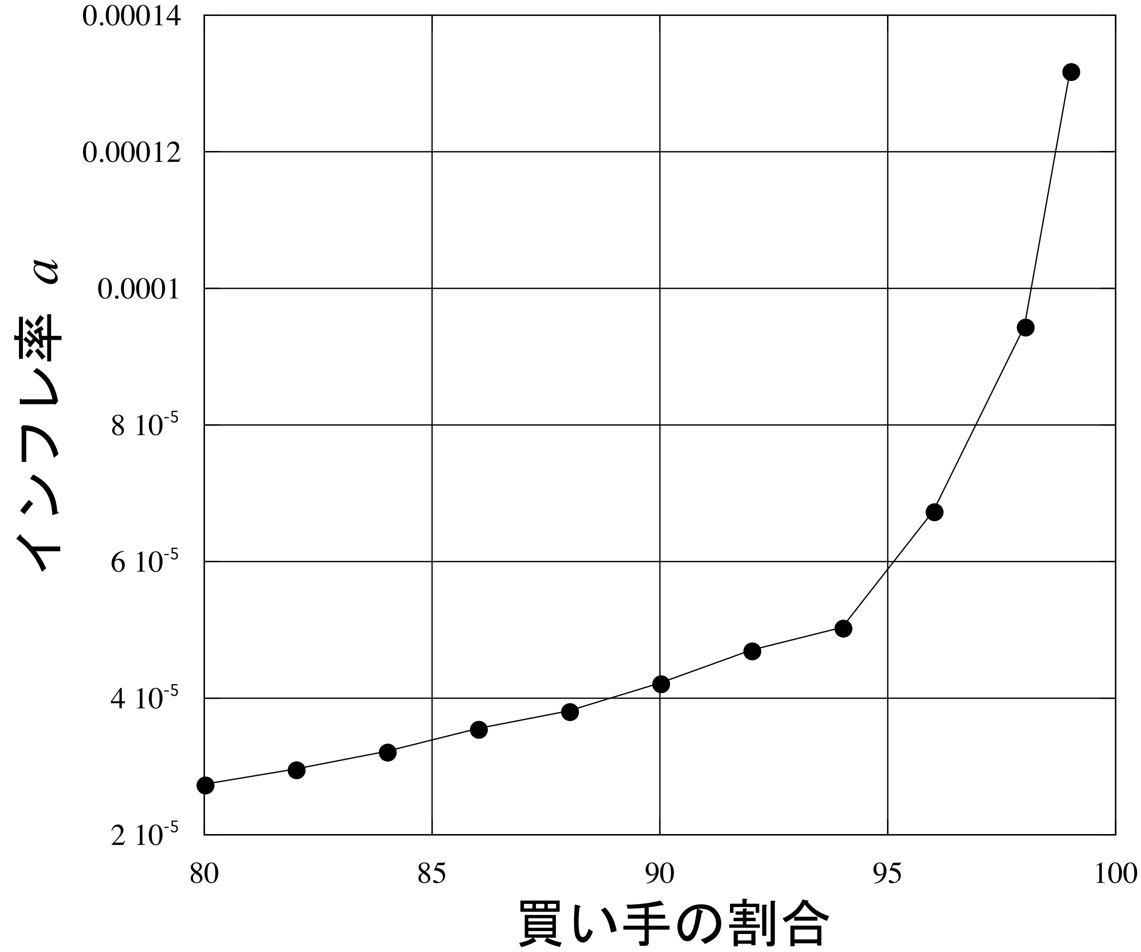

図 7: 横軸を買い手の割合 (%)、縦軸をインフレーションが起こったときのインフレ率 a とする。

5　まとめ

本研究では、インフレーション（指数関数的な増加）とハイパーインフレーション（二重指数関数的な増加）をミクロなディーラーモデルを使って再現することを試みた。買い手と売り手のバランスを崩すという新たな条件を加えることにより、インフレーションを再現することができた。

さらに、時間とインフレーションが起こったときの傾きを調べた。時間の経過とともに買い手と売り手のバランスを変化させること（買い手の割合が増加すること）で、ハイパーインフレーションの再現を期待した。だが残念ながら、確認することができなかった。

6　謝辞

本研究にあたって、忙しい中、多くの助言、多大な指導をして下さった羽田野直道先生に心から感謝いたします。また、研究を手助けして下さった同研究室の大学院生の皆様にお礼を申し上げます。

参考文献

[1] 高安秀樹、高安美佐子「エコノフィジックスー市場に潜む物理法則」（日本経済新聞社、2001）

[2] T.Mizuno, M.Takayasu, and H.Takayasu, The mechanism of double exponential growth in hyper-inflation, Physica A **308** (2002) 402-410

[3] 高安秀樹、水野貴之、高安美佐子「ハイパーインフレーションの数理」（数理科学、2002 年 3 月）78-83

[4] 饗場行洋「価格変動のフラクタル分布」（青山学院大学卒業論文、2000）

A　プログラムリスト

A.1　ディーラーモデル

```
#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
#include<math.h>
#include<time.h>
#define _NTRADER 5000000
#define t_max 40000


int main()
{
  int i,imax,imin,t,urite=0,kaite=0;
  double lambda=20.0,delta=0.0;
  static float B[_NTRADER],B_max, B_min,a[_NTRADER];
  double L,P,P1=0.0,c=0.5;
  FILE *OUTPUT;
  OUTPUT=fopen("market.dat","w");
  srand((unsigned)time(NULL));

  for(i=0;i<_NTRADER;i++)
    {
      B[i]=((double)rand()/RAND_MAX)*50.0+100;
    }
 for(i=0;i<4500000;i++)
    {
      a[i]=((double)rand()/RAND_MAX)*0.3;
     }
  for(i=4500000;i<_NTRADER;i++)
    {
      a[i]=-((double)rand()/RAND_MAX)*0.3;
    }
  for(t=0;t<t_max;t++)
    {
  B_max=B[0];
  imax=0;

  for(i=0;i<_NTRADER;i++)
    {
      if(B_max<B[i])
{
      B_max=B[i];
      imax=i;
}
    }
  B_min=B[0];
```

```
  imin=0;

   for(i=0;i<_NTRADER;i++)
    {
      if(B_min>B[i])
{
  B_min=B[i];
  imin=i;
        }
    }
   L=B_max-B_min;

    if(L>=lambda)
     {
       P=(B_max+B_min+lambda)/2;
       printf("%d %fn",t,P);
       fprintf(OUTPUT,"%d %fn",t,P);
       delta=P-P1;
       P1=P;
       if(a[imax]>0)
 {
   a[imax]=-a[imax];
         }
       else
 {
   a[imax]=a[imax];
 }
       if(a[imin]>0)
 {
   a[imin]=a[imin];
 }
       else
 {
   a[imin]=-a[imin];
 }

     }

    else
      {
P=P1;
      }

    for(i=0;i<_NTRADER;i++)
      {
    B[i]=B[i]+a[i]+c*delta;
      }

    }
```

```
  for(i=0;i<_NTRADER;i++)
    {
      if(a[i]<0)
{
  urite=urite+1;
        }
      else
{
  kaite=kaite+1;
}
    }
  printf("%d %dn",kaite,urite);
  fclose(OUTPUT);
  return 0;
}
```