2001年度
青山学院大学理工学部物理学科
卒業論文

研究題目

実際の株価データを用いたオプション料の計算

山崎　潤一

羽田野研究室

青山学院大学 理工学部
物理学科 卒業論文

実際の株価データを用いた
オプション料の計算

山崎潤一 著

実際の株価データを用いた
オプション料の計算

山崎 潤一

羽田野研究室

2002 年 2 月 20 日

概 要

株価に対する金融理論であるブラック＝ショールズ理論ではオプション料の計算に限界があると考えられている．この理論は株価変動を対数正規分布に従うと仮定し，オプション料を計算する理論である．しかし，実際の株価変動は必ずしも対数正規分布に従っているとは言えないことが最近の研究で明かとなった．そこで、本研究では実際の株価変動を用いてオプション料を計算し，それをブラック＝ショールズ理論により得られた結果と比較した．その結果，ブラック＝ショールズ理論は実際の株価データを用いて求めたものより安く見積もることが判った．

目 次

1　はじめに

1970 年代初めに，F.Black, M.Scholes, R.Merton の 3 人により，株式オプションの適正価格の評価に画期的な進歩をもたらすブラック＝ショールズ理論が発表された [1]．これは，株価変動が対数正規分布に従うという仮定に基づく理論である．

本研究では，ブラック＝ショールズ理論の限界を統計物理学の立場から定量的に明らかにするため，実際の株価データから算出したオプションの適正価格と，ブラック＝ショールズ理論により得られる価格との比較を行った．また，株価変動の確率密度分布は正規分布で近似されてきたが，実際の株価データをレヴィ分布でよりよく再現できることを示した．

第 2 章ではオプションの概念を説明し，つぎに金融市場で広く用いられているブラック＝ショールズの理論について第 3 章で述べる．また，第 4 章では実際の株価データの解析手法について説明し，最後に第 5 章で実際の株価データから算出したオプションの適正価格とブラック＝ショールズ理論により得られた価格との比較結果を示す．

2　オプション

オプションとは保有者に何らかの権利を与えるものであるが，保有者はこの権利を必ずしも行使する必要はない．また，オプションを購入する際には，前金での支払いが必要になる．

オプションには「コールオプション」と「プットオプション」という 2 つのタイプがある．「コールオプション」は，原資産を定められた期日までに定められた価格で買う権利の売買である．「プットオプション」は，原資産を定められた期日までに定められた価格で売る権利の売買である．この決められた価格のことを「行使価格」と呼び，定められた期日のことを「満期日」という．ヨーロピアンオプションは満期日にしか行使できないが，アメリカンオプションは，契約後満期日までの間ならいつでも行使可能である．

オプション取引がどのように成立するかを簡単に説明する [1]．ある投資家が A 社の株を対象としたコールオプションを行使価格 1000 円，10ヶ月満期という条件で買い注文を入れたとしよう．するとトレーダーは，行使価格 1000 円で 10ヶ月満期の A 社株に関わるコール契約の売り手を見つけ，オプションの価格（オプション料）を決め，取引は成立する．ここで取り決めたオプション料を 50 円とする．これは 1 株当たりのオプション買い付け価格である．投資家は取引所に 50 円支払い，取引所はこの 50 円を売り手に渡す．以上がオプション取引の流れである．ここで，株価と行使価格が同じである必要はない点に注意してほしい．例えばこのケースでは，A 社の株価はオプションの契約成立時点で 1020 円だということもありうる．また，オプションの取引単位については，株式市場ごとに決っている．

この例では，投資家は 50 円のコストを支払い，A 社株を 1000 円で買う権利を

得たことになる．一方，売り手は 50 円を受け取り，買い手がオプションを行使した場合，A 社株を 1000 円で売る義務を負ったことになる．このようにオプション市場に参加する人には，

- コールの買い
- コールの売り
- プットの買い
- プットの売り

という 4 種類の立場がある．

2.1 オプションの種類

2.1.1 コール・オプションの例

A 株を権利行使価格 $K = 100$ 円で購入できるヨーロピアン・コール・オプションを購入するケースを考えてみる．現在の株価 S が 98 円，オプションの満期日 T は 4ヶ月後，1 株のオプション料が 5 円と仮定する．この場合，ヨーロピアン・オプションであるため，満期日にのみ権利を行使できる．満期日における株価が 100 円未満である場合，間違いなく行使は行われないであろう．市場価格が 100 円未満である株式を 100 円で購入する理由は何処にもない．その結果，オプション料である 5 円を失うことになる．

一方，満期時における株価が 100 円を超えている場合，オプションは行使される．例えば，株価が 115 円であるとすると，オプションを行使することで 100 円で購入することができる．購入した株を即座に売却すれば，15 円の利益を手にできる．オプションの初期費用を考えあわせると，純利益は 10 円となる．

一般的に，満期日に株価が権利行使価格を上回っている場合には，コール・オプションを行使するべきである．この例を図 1 にまとめた．

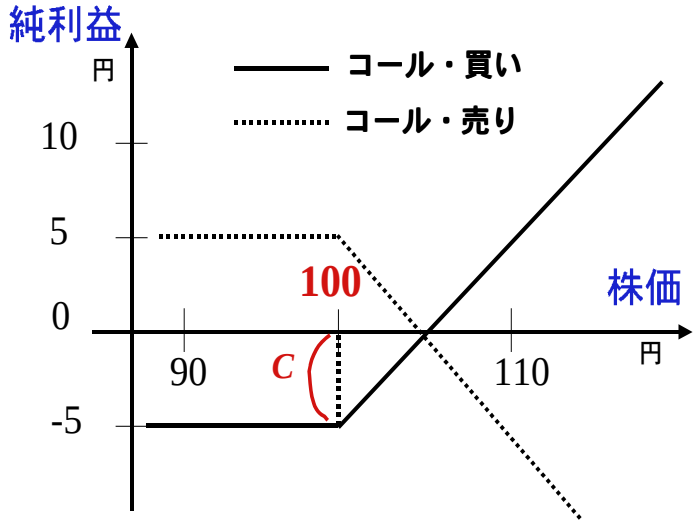

図 1: ヨーロピアン・コール・オプションのグラフ．行使価格 $K = 100$ 円，オプション料は 5 円とした例．実線はコール・オプションの買う権利の保有者の利益曲線を表し，点線はコール・オプションの売る権利の保有者の利益曲線を表す．

2.1.2　プット・オプションの例

コール・オプションの購入者が株価の上昇を願うのに対して，プット・オプションの購入者は株価の下落を心待ちにする．ここでは，B 株を権利行使価格 70 円で売却することのできるヨーロピアン・プット・オプションを購入するケースを見てみる．現在の株価 S が 65 円，オプションの満期日 T は 3ヶ月後，１株のオプション料が 5 円と仮定する．ヨーロピアン・オプションであるため，満期日における価格が 70 円を下回った場合にのみ行使される．仮に満期日に株価が 55 円であるとすると，55 円で購入した直後にプット・オプションの条件に従って 70 円で売却することで，15 円の利益を得ることになる．オプション料を考慮すると，純利益は 10 円となる．逆に株価が 70 円を超えてしまった場合は，プット・オプションは無価値となる．この例を図 2 にまとめた．

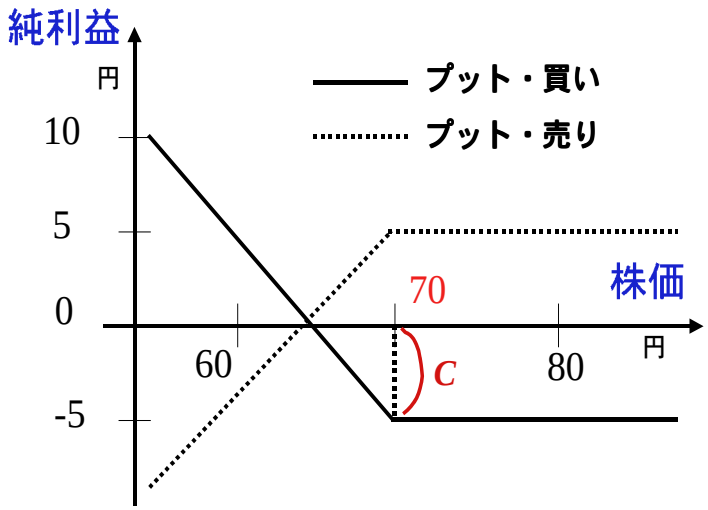

図 2: ヨーロピアン・プット・オプションのグラフ．行使価格 $K = 70$ 円，オプション料は 5 円とした例． 実線はプット・オプションの買う権利の保有者の利益曲線を表し，点線はプット・オプションの売る権利の保有者の利益曲線を表す．

2.2　オプション料

実際の市場でオプション料は，株価同様，オプション市場参加者の需給関係で決る．しかし，オプション料 $C(S_T, T)$ の適正価格は，将来における利益の期待値を金利で現在価格に割り引くことで定義でき，

$$C(S_T, T) \quad = \quad e^{-rT} E[\max(S_T - K, 0)]$$

$$= \quad e^{-rT} \int_{-\infty}^{\infty} \max(S_T - K, 0) P(S_T) dS_T \tag{1}$$

で与えられる [2]．ここで S_T は時刻 T における株価，K は行使価格，$P(S_T)$ は S_T の確率密度関数，$E[\max(S_T - K, 0)]$ は P に関する期待値，r は金利を表す．

2.3 金利（連続複利）

オプション料 $C(S_T, T)$ の適正価格は，将来における利益の期待値を金利で現在価格に割り引くことで定義できると述べた．そこで，ここでは金利の考え方についてふれる．

年利率を r とし，1 年を n 等分する．毎期末にその期の利息を元金に繰り入れる計算（複利）を考えるとき，最初の元金を 1 とすると，1 年後（n 期経過後）の元利合計は

$$1\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n \tag{2}$$

で与えられる．ここで $n = rN$ とおき，$n \to \infty$ とすると

$$\begin{aligned} \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n &= \lim_{N\to\infty} \left(1 + \frac{1}{N}\right)^{rN} \\ &= \lim_{N\to\infty} \left\{\left(1 + \frac{1}{N}\right)^N\right\}^r \\ &= e^r \end{aligned} \tag{3}$$

となる [3]．従って，金利の項は e^r の形で表せる．

3　ブラック＝ショールズ理論

1970 年代の初め，Fischer Black, Myron Scholes, Robert Merton の 3 人が，株式オプションの評価に画期的な進歩をもたらす理論を発表した．その理論とは，株価の比はランダム・ウォークすると仮定し，オプションの適正価格を求める理論である．この理論は，現在実際の金融市場において，オプション料を求める方法として広く用いられている．本章では，ブラック＝ショールズ理論の詳細について述べる．

3.1　ブラック＝ショールズの仮定

オプションの適正価格を計算する際には，株価変動の時間依存性についてなんらかの仮定をおかなければならない．そこで，ブラック＝ショールズ理論では，株価の比がランダム・ウォークするとみなし，将来のある時刻 T における株価 S_T が対数正規分布 (図 3) に従うと仮定した．つまり，株価におけるブラック＝ショールズの仮定は，$\ln S_T$ が正規分布 (図 4) することを意味する．

3.2　ブラック＝ショールズ式

ブラック＝ショールズ式とは，株価変動が対数正規分布に従うと仮定して，式 (1) を具体的に計算したものである [3]．式 (1) において

$$P(S_T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{\ln S_T - (\ln S + (r - \frac{\sigma^2}{2})T)}{\sigma\sqrt{T}})^2} \tag{4}$$

とおくと，

$$C(S_T, T) = e^{-rT} \int_{-\infty}^{\infty} \max(e^{\ln S_T} - K, 0) \frac{1}{\sigma\sqrt{T}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{\ln S_T - (\ln S + (r - \frac{\sigma^2}{2})T)}{\sigma\sqrt{T}})^2} d(\ln S_T) \tag{5}$$

となる．ここで $v = \frac{\ln S_T - (\ln S + (r - \frac{\sigma^2}{2})T)}{\sigma\sqrt{T}}$ とおくと，

$$\begin{aligned} C(S_T, T) &= e^{-rT} \int_{-\infty}^{\infty} \max(Se^{(r - \frac{\sigma^2}{2})T + \sigma\sqrt{T}v} - K, 0) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2}} dv \\ &= e^{-rT} \int_{-\infty}^{Z} Se^{(r - \frac{\sigma^2}{2})T + \sigma\sqrt{T}v} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2}} dv - \int_{-\infty}^{Z} K \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2}} dv \end{aligned} \tag{6}$$

となる．ただし $Z = \frac{-\ln S/T - (r - \frac{\sigma^2}{2})T)}{\sigma\sqrt{T}}$ とおいた．以上より，ヨーロピアン・コール・オプションの価格 c のブラック＝ショールズ式は

$$c = SN(d_1) - Ke^{-\gamma T} N(d_2) \tag{7}$$

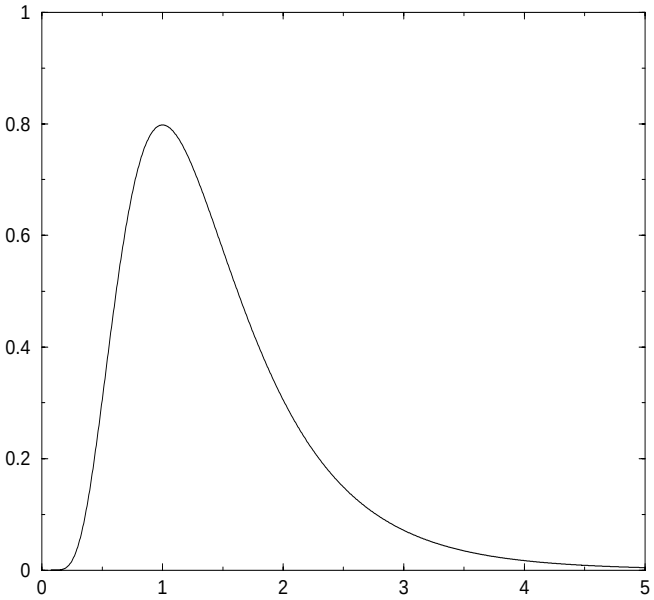

図 3: 対数正規分布．平均１，分散１．

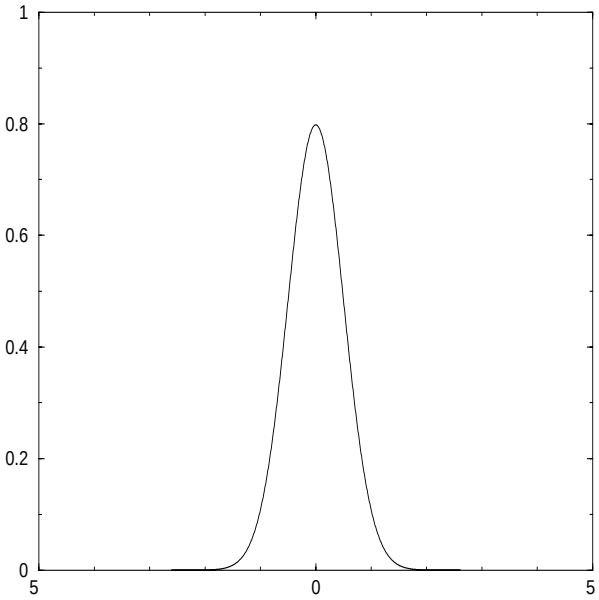

図 4: 正規分布．平均１，分散１．

となる．ここで，d_1 と d_2 は次のとおりである：

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (\gamma + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}, \tag{8}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/K) + (\gamma - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}. \tag{9}$$

関数 $N(x)$ は，標準正規分布の累積密度関数である．言い換えると，標準正規分布 $\phi(0,1)$ に従う変数が x より小さくなる確率である．ここで S は株価，K は行使価格，γ は無リスク金利，T は満期までの期間，σ は株価のボラティリティーを表す [1].

4　株価データの解析手順

現在，ブラック＝ショールズ理論がオプションの適正価格を計算する最も有効な理論と考えられている．しかし，このブラック＝ショールズ理論により算出されたオプションの適正価格は必ずしも実際の適正価格と一致するとは限らない．この事実は，ブラック＝ショールズ理論におけるもっとも重要な仮定の適用範囲の限界を示すものである．

本研究では株価変動の確率密度分布の作成のために，$X(t)$ という量を考え，$X(t)$ のヒストグラムを確率密度とし，オプション料を算出した．以下にその手順を示す．

4.1　成長率の効果を差し引いた株価変動の揺らぎ（手順１）

一般にオプション料 $C(S_T, T)$ の適正価格は，将来における利益の期待値を金利で現在価格に割り引くことで与えられる．本研究では，株価変動におけるその会社の成長率，金利変動，公定歩合などの影響を一様成長率 μ と考え，まず株価から成長率による効果を差し引き，オプション料を算出する．すると，実際の株価 S_T と，成長率の効果を差し引いた株価 $\tilde{S_T}$ との関係は

$$\tilde{S_T} = S_T e^{-\mu T} \tag{10}$$

となる．この両辺の対数をとると，

$$\ln \tilde{S_T} = \ln S_T - \mu T \tag{11}$$

を得る．実際の株価データを式 (10)，式 (11) の関係を用いて，$\ln \tilde{S_T}$ の平均値の周りでの揺らぎとして観察した．

4.2　確率密度分布（手順２）

研究の目的であるオプション料の計算には確率密度分布が必要である．そこで確率密度分布を作成するため，次のような $X(t)$ を考え，$X(t)$ のヒストグラムを確率密度分布とした：

$$X_T(t) = \ln \tilde{S}_{T+t} - \ln \tilde{S}_t. \tag{12}$$

これは T の値を決め，手順１で求めた一様成長率 μ の周りでの揺らぎの時系列に対して，時刻 t，$t + T$ における株価の対数の差を意味する．今回の株価データの解析では $T = 1$ 日と $T = 100$ 日の場合について確率密度分布を求め，その確率密度分布に対して，ブラック＝ショールズの仮定に従い正規分布をフィットさせた．ここで正規分布の平均と分散は実際の株価データから求めた値を使用した．

4.3　オプション料の計算手法（手順３）

オプション料 $C(S_T, T)$ の適正価格は，将来における利益の期待値を金利で現在価格に割り引くことで定義できた．しかし本研究では，まず株価から成長率の効果を差し引く作業を行ったので，式 (1) において金利の項 e^{-rT} は既に取り入れられていると考えられる．そこで，成長率の効果を差し引いた株価を $\tilde{S_T}$，行使価格を K とすると，オプション料 $C(S_T, T)$ は

$$C(S_T, T) = \int_{-\infty}^{\infty} \max(\tilde{S_T} - K, 0) P(\tilde{S_T}) d\tilde{S_T} \tag{13}$$

で与えられる．ここで $x = S_T/S_0$ とおくと

$$C(S_T, T) = S_0 \int \max(x - \frac{K}{S_0}, 0) P(x) dx \tag{14}$$

となり，さらに $v = \ln x$，$Z = K/S_0$ とおくと，オプション料 $C(S_T, T)$ は

$$C(S_T, T) = S_0 \int_{\ln Z}^{\infty} (e^{\ln x} - Z) e^{\ln x} \tilde{P}(\ln x) d(\ln x) \tag{15}$$

となる．確率密度分布 $\tilde{P}(\ln x)$ には，実際に手順２で求めた確率密度分布と正規分布（ブラック＝ショールズの仮定）の両方を採用し，$T = 1$ 日と $T = 100$ 日のそれぞれの場合についてオプション料を求めた．

	μ	$\sigma^2_{(T=1)}$	$\sigma^2_{(T=100)}$
トヨタ自動車	2.48×10^{-4}	1.97×10^{-2}	1.42×10^{-1}
本田技研工業	3.28×10^{-4}	2.17×10^{-2}	1.78×10^{-1}

表 1: トヨタとホンダの株価の一様成長率 μ と分散 σ^2 .

5 結果と考察

本研究では，トヨタ自動車と本田技研工業の 1977 年〜 2001 年までの株価を解析した．

5.1 確率密度分布

まず，横軸に日数をとり，縦軸に株価の対数をプロットし，そのプロットに対して，最小二乗法を用いて直線でフィットしたグラフが図 5(a) と図 6(a) である．本研究ではこの直線を一様成長率 μ と考えているので，一様成長率 μ の周りでの株価 $\ln \tilde{S}_T$ の揺らぎは図 5(b) と図 6(b) のようになる．

次に，$T = 1$ 日と $T = 100$ 日の場合について式 (12) の確率密度分布を求め，その確率密度分布に対して，ブラック＝ショールズの仮定に従い正規分布をフィットさせた (図 7，図 8)．ここで正規分布の分散 σ^2 は実際の株価データから求めた値を使用した (表 1)．

$T = 1$ 日の分布は，裾野の部分で正規分布から明らかに外れていることが分かる．一方，$T = 100$ 日の分布は正規分布に近い．つまり，株価変動は必ずしもブラック＝ショールズの仮定に従って正規分布にはならないと考えられる．

では一体正しい確率密度分布はどのような関数でフィットできるのだろうか？まず $T = 1$ 日の確率密度分布に着目した．この分布は裾野の部分で明らかに正規分布から外れ，またピークの部分は正規分布より高くなっている事が確認できる．そこでレヴィ分布を最小二乗法を用いてフィットした (図 9)[4, 5]．近似曲線は，対称的で平均 0 のレヴィの安定分布

$$P_L(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty e^{-\gamma|q|^\alpha}\cos(qx)dq \tag{16}$$

を用いた．

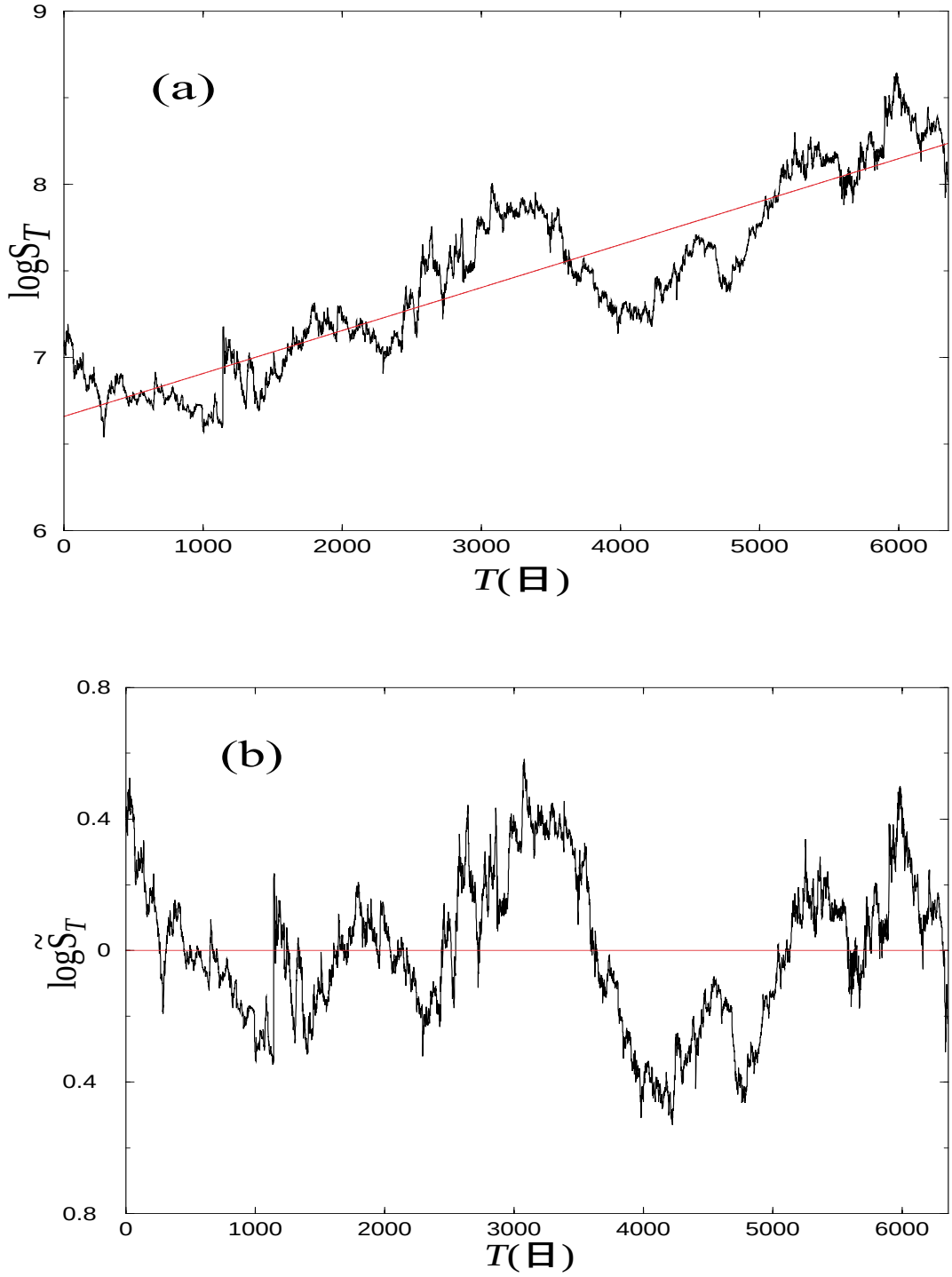

図 5: トヨタ (1977 年〜 2001 年) の株価の時間変動．(a) は株価の対数値で，実線は一様成長 $e^{\mu t}$ を表す．(b) は一様成長の周りの揺らぎ．

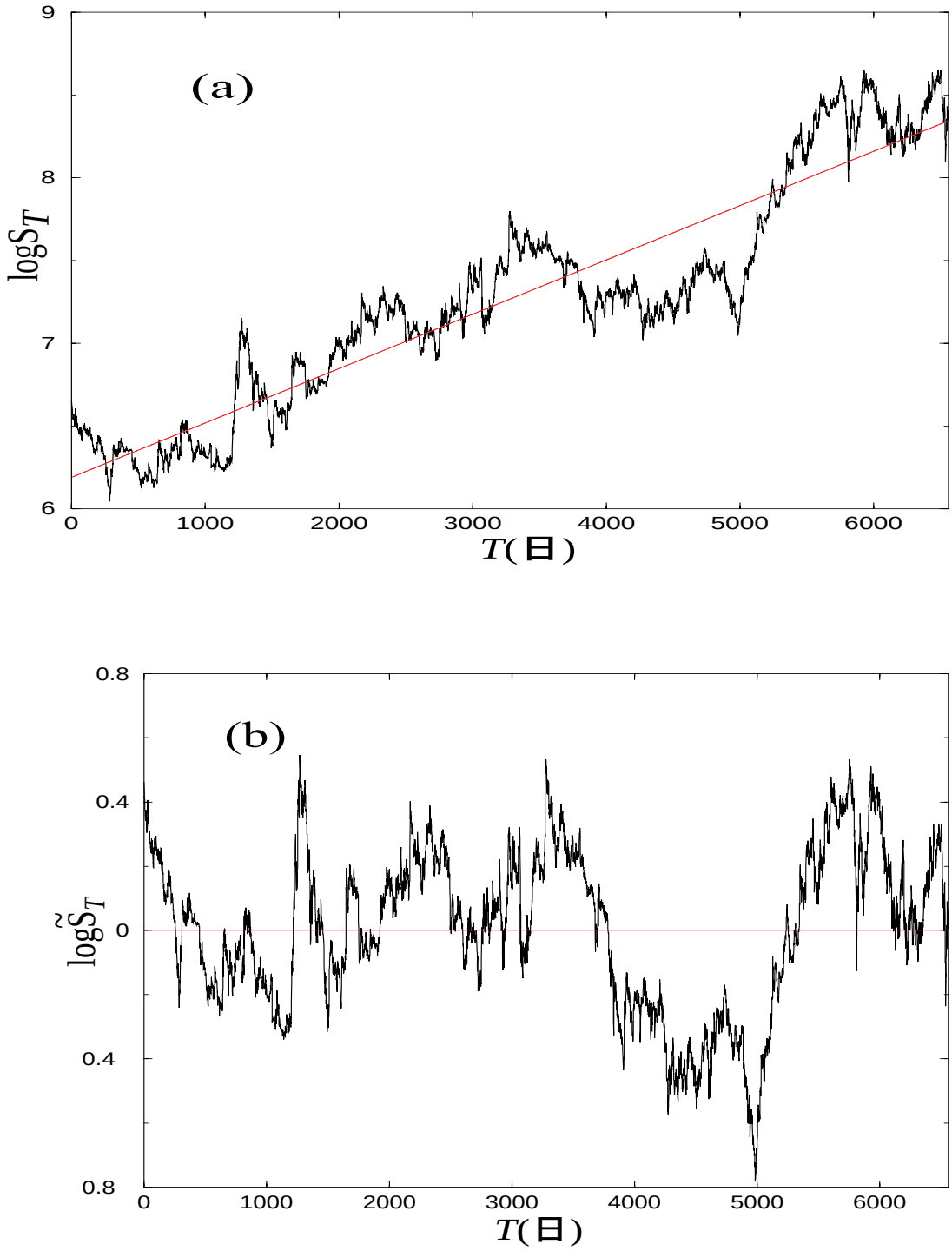

図 6: ホンダ (1977 年〜 2001 年) の株価の時間変動．(a) は株価の対数値で，実線は一様成長 $e^{\mu t}$ を表す．(b) は一様成長の周りの揺らぎ．

正規分布では外れていた裾野の部分や，ピークの部分が驚く程きれいに重なった．$T = 1$ 日では正規分布から外れるが，$T = 100$ 日においてはほぼ正規分布に一致する (図 7，図 8)．その理由としては，$X_{100}(t)$ を X_1 により

$$
\begin{aligned}
X_{100}(t) &= \ln \tilde{S}_{t+100} - \ln \tilde{S}_t && (17)\\
&= \sum_{p=0}^{99} \ln \tilde{S}_{t+p+1} - \ln \tilde{S}_{t+p} && (18)\\
&= \sum_{p=0}^{99} X_1(t+p) && (19)
\end{aligned}
$$

と表せるためだと考えられる．つまり，X_1 にカットオフが存在すると，株価変動は中心極限定理により正規分布に近づく．

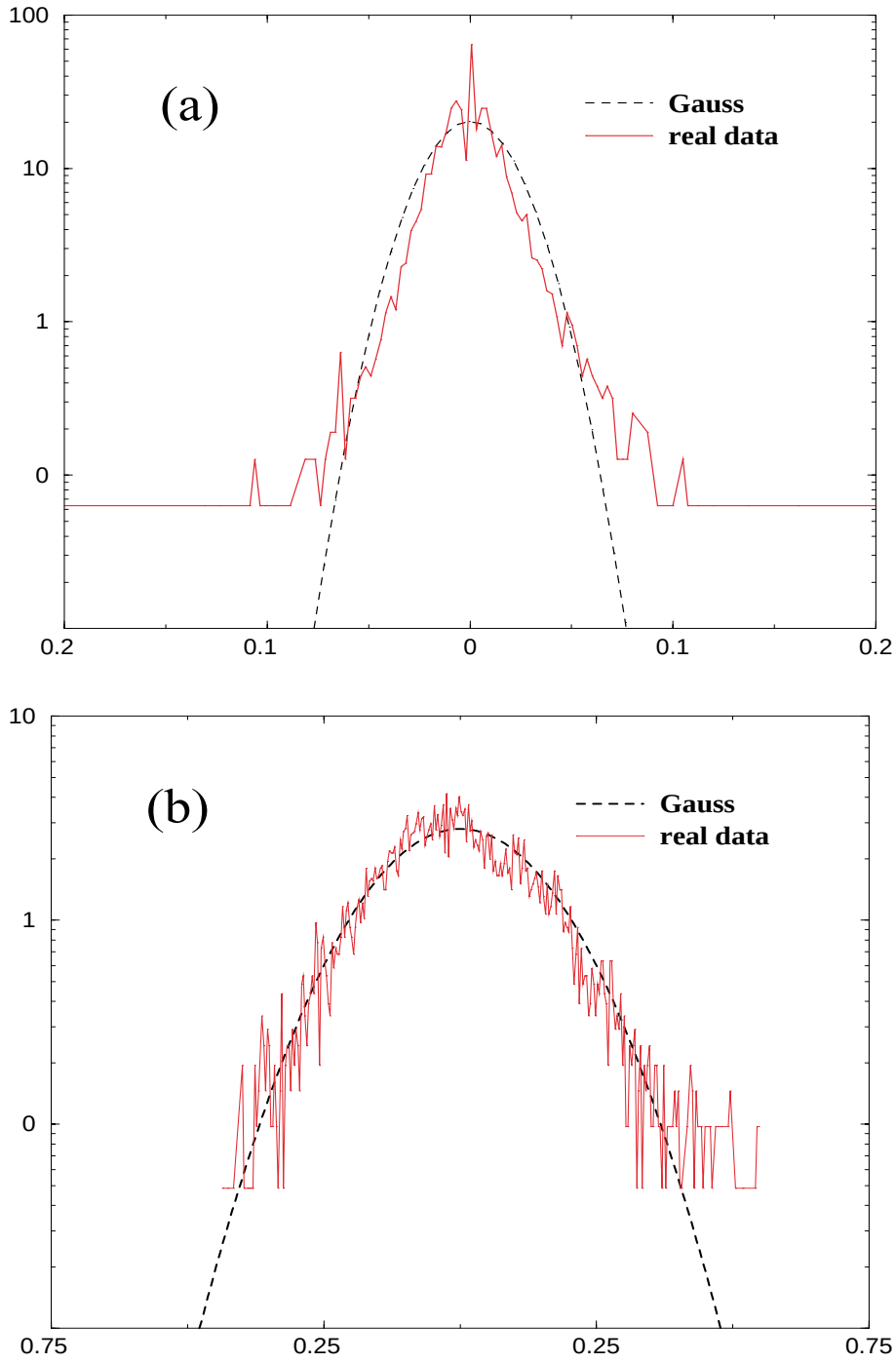

図 7: トヨタ株のデータをもとにした X_T の確率密度分布．(a) $T = 1$ 日，(b) $T = 100$ 日．実線が実データの分布，破線が正規分布によるフィット．

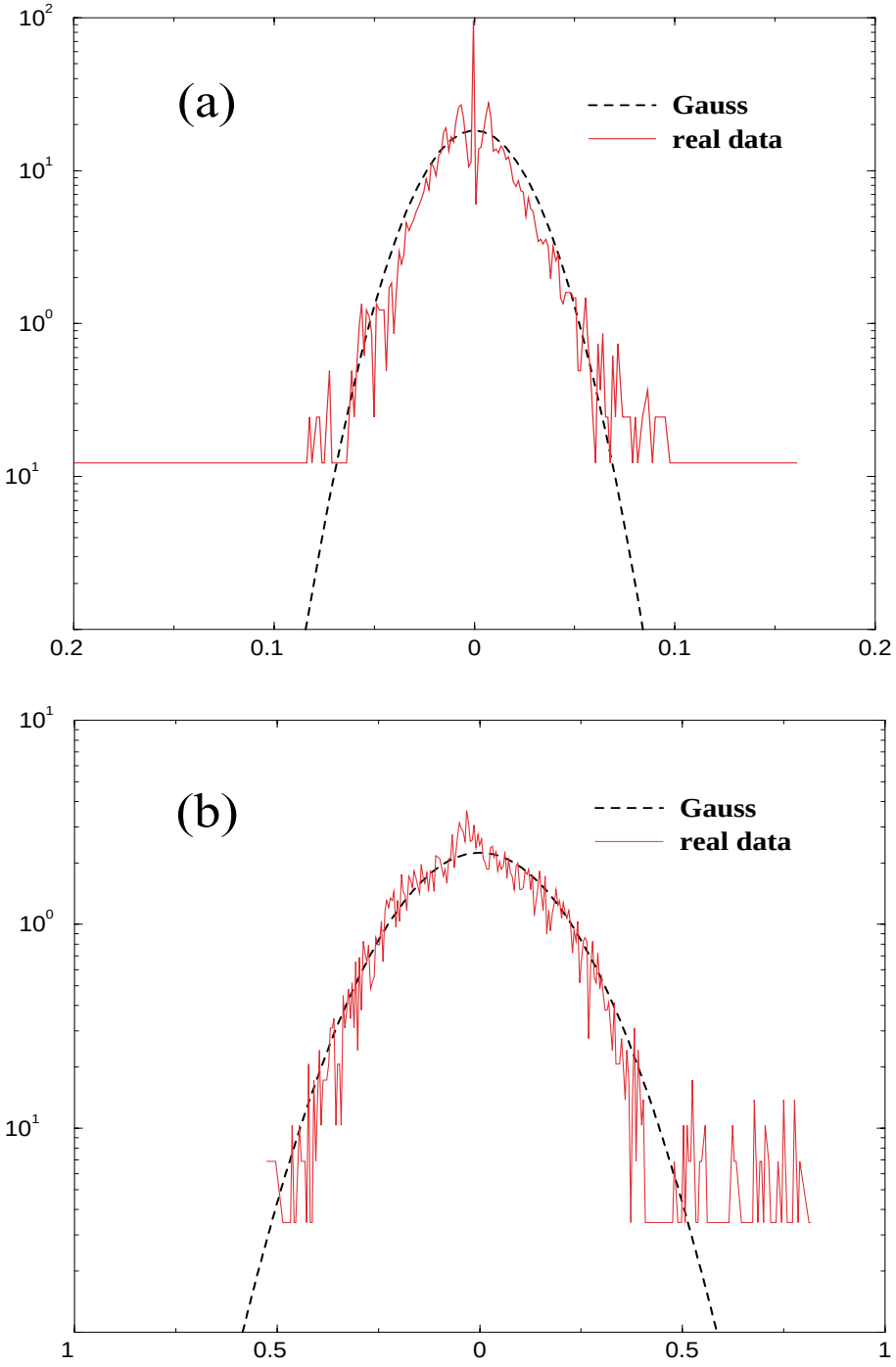

図 8: ホンダ株のデータをもとにした X_T の確率密度分布．(a) $T = 1$ 日，(b) $T = 100$ 日．実線が実データの分布，破線が正規分布によるフィット．

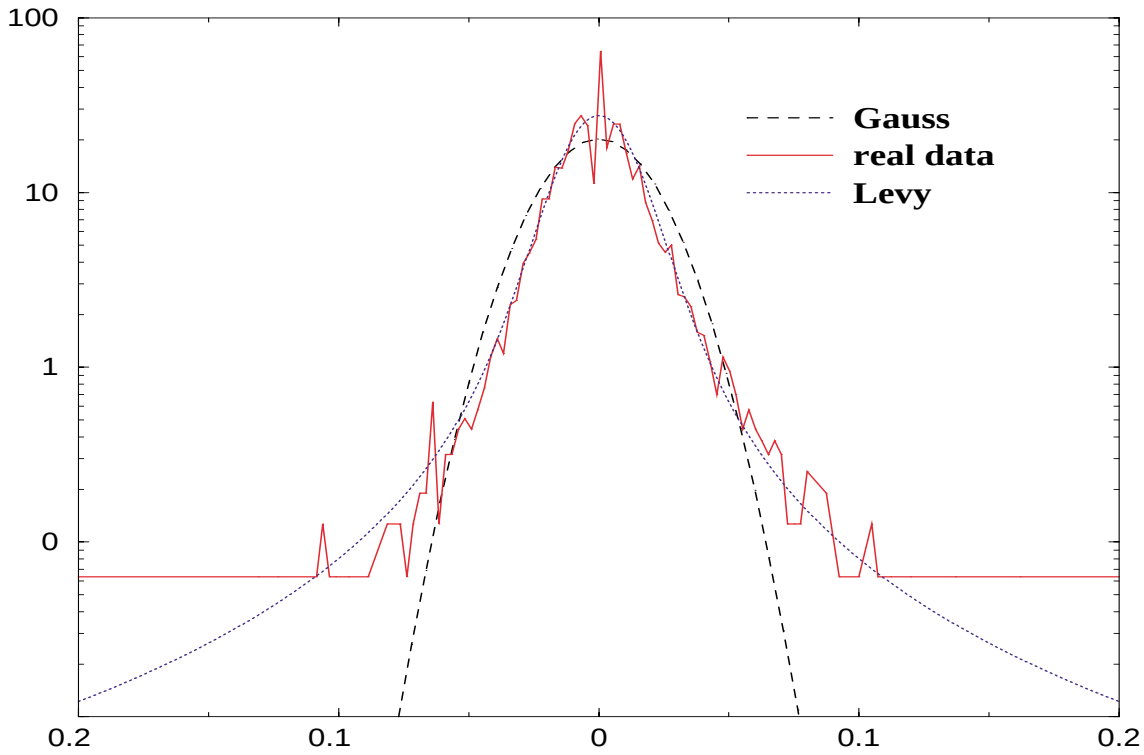

図 9: トヨタ株の $T = 1$ 日確率分布とレヴィ分布．実線が実データ．破線が正規分布．点線がレヴィ分布である．ここでレヴィ分布の指数 $\alpha = 1.6$，スケール因子 $\gamma = 0.35$ とした．

5.2 オプション料の計算

実際に求めた確率密度分布と正規分布（ブラック＝ショールズの仮定）の両方に基づいて，式 (15) からオプション料を求めた (図 10，図 11)．$T = 1$ 日，$T = 100$ 日のどちらの場合でもブラック＝ショールズの理論に従って計算したオプション料のほうが，実際の株価データを用いて計算したものよりも安く見積もることが判る．

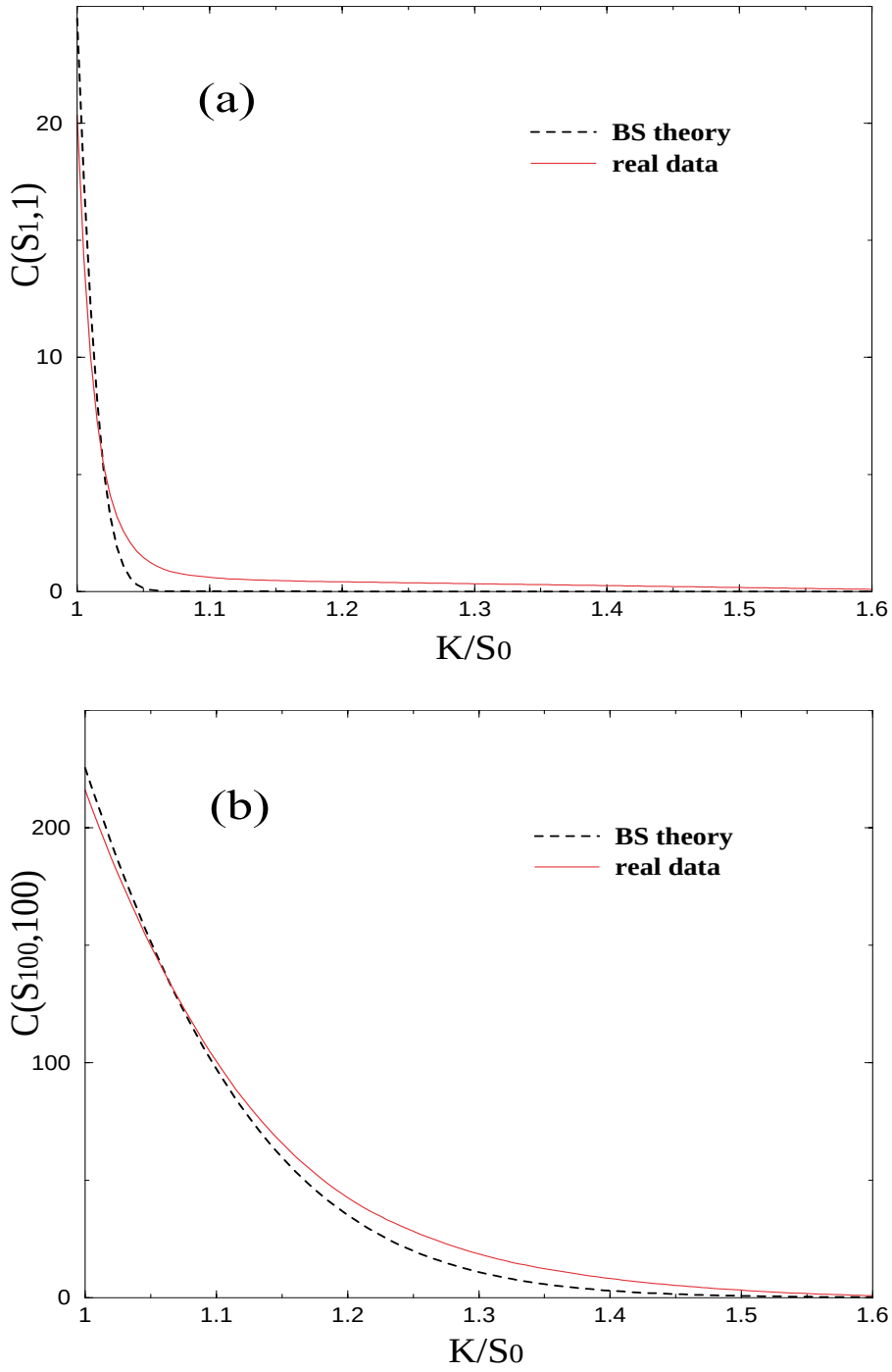

図 10: トヨタ株のオプションの適正価格 $C(S_T, T)$ を式 (15) に従って求めたもの．(a) $T = 1$ 日，(b) $T = 100$ 日．実線は $\tilde{P}(\ln x)$ として実際の株価を用い，破線は近似した正規分布を用いた．横軸は現在価格 $S_0 = 3000$ 円に対する行使価格 K の比，つまり期待収益率 K/S_0.

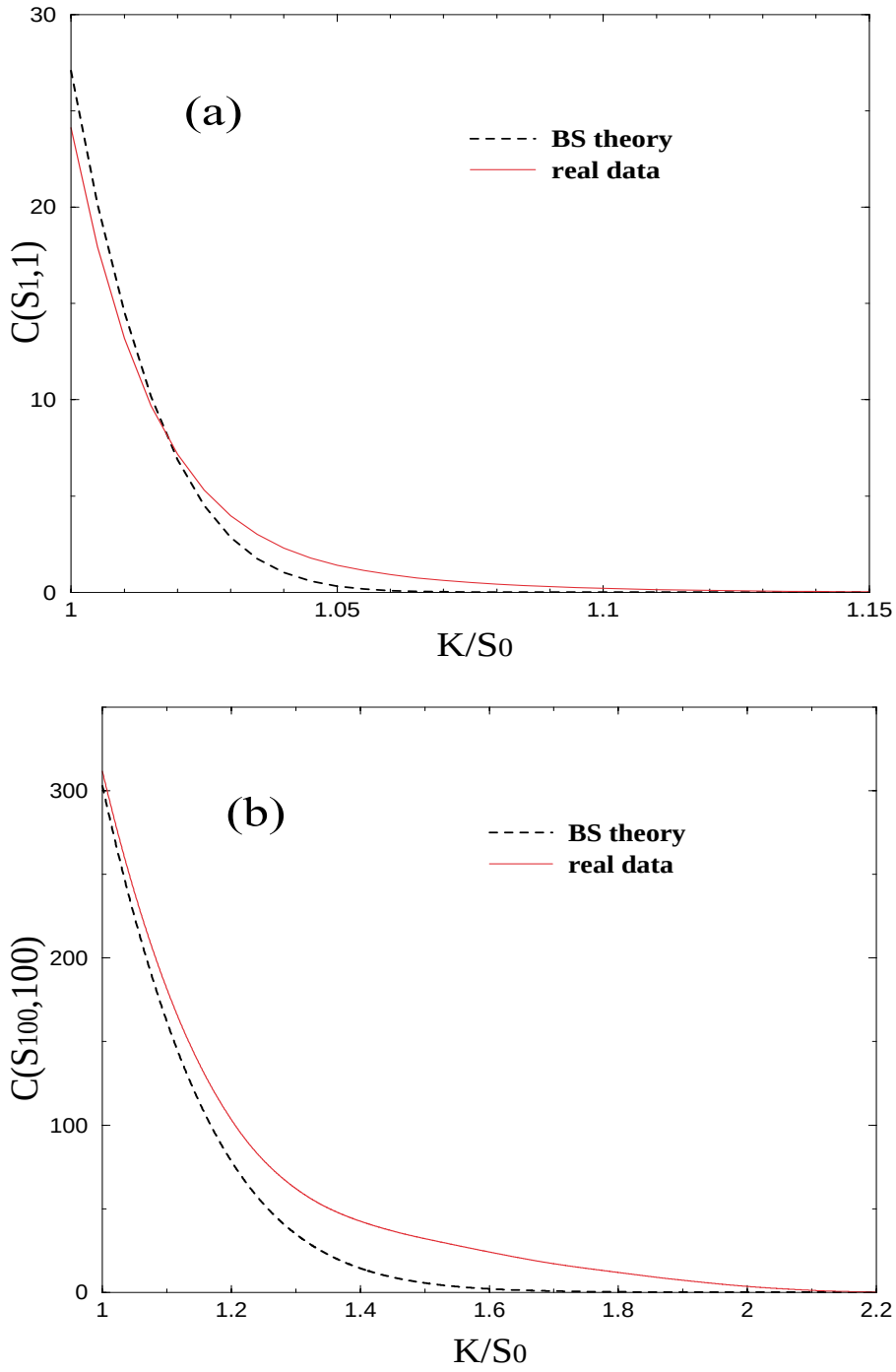

図 11: ホンダのオプションの適正価格 $C(S_T, T)$ を式 (15) に従って求めたもの．(a) $T = 1$ 日，(b) $T = 100$ 日．実線は $\tilde{P}(\ln x)$ として実際の株価を用い，破線は近似した正規分布を用いた．横軸は現在価格 $S_0 = 3000$ 円に対する行使価格 K の比，つまり期待収益率 K/S_0.

6　まとめ

本研究では実際の株価変動を用いてオプションの適正価格を計算し，それをブラック＝ショールズ理論によって求めたものと比較した．結果は，ブラック＝ショールズ理論によって求めたオプション料の方が，実際の株価データを用いて求めたものより安く見積もることが判った．ブラック＝ショールズ理論では株価変動が対数正規分布であると仮定しているが，実際には必ずしもそうでないことが原因である．

実際の株価変動は，$T = 1$ 日ではレヴィ分布でうまくフィットできるが，足し込む日数が増えれば正規分布に収束していく傾向がある．この結果から，株価変動の真の確率密度分布はレヴィ分布の裾野にカットオフの効果を入れたものと言える．

謝辞

羽田野直道助教授には 1 年間親切に御指導していただき厚く御礼申し上げます．また，大学院生，学部生の方々にも研究のみならず，生活面，その他のことにおいても大変お世話になり御礼申し上げます．

最後にこの場を借りて，学生生活最後の年をこの羽田野研で過ごせたことに，またこの青山学院大学で出会った全ての方々に感謝します．

参考文献

[1] John C. Hull: Futures and Options Markets, 3rd Ed (Prentice Hall, 1998)

[2] 石村園子 石村貞夫: ファイナンシャル微分積分 (東京図書, 2000)

[3] 原田重寿: ブラック・ショールズ式とその応用 (東京図書, 2000)

[4] R. N. Mantegna and H. E. Stanley: An Introduction to Econophysics (Cambridge University Press, Cambridge, 2000)

[5] J.Voit: The Statistical Mechanics of Financial Markets (Springer, Berlin, 2001)

A　最小二乗法による近似直線

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

#define N_data 6558

main(int argc, char *argv[])
{
  FILE *fin,*fout;
  int i;
  double sumY,sumXY,sumX1,sumX2,d0,A10,A20;
  static double X1[N_data],X2[N_data],Y[N_data],XY[N_data],F0[N_data];
  static double X[N_data],Y0[N_data];

  if(argc!=3){                                    /*file open*/
    printf("hikisu number is difference.\n");
    exit(1);
  }

  if((fin=fopen(argv[1],"r"))==NULL){
    printf("The read file dosen't open.\n");
    exit(1);
  }
  if((fout=fopen(argv[2],"w"))==NULL){
    printf("The write file doesn't open.\n");
    exit(1);
  }

  for(i=0; i<N_data; i++){
    X1[i]=(float)i+1;
    X2[i]=(float)(i+1)*(i+1);
  }

  for(i=0; i<N_data; i++){                        /*reading data*/
    fscanf(fin,"%lf",&Y[i]);
  }
```

```
  for(i=0; i<N_data; i++){
    XY[i]=X1[i]*Y[i];
  }

  sumX1=0.; sumX2=0.; sumY=0.; sumXY=0.;
  for(i=0; i<N_data; i++){
    sumX1+= X1[i];
    sumX2+= X2[i];
    sumY+= Y[i];
    sumXY+= XY[i];
  }
  printf("%d %d %lf %lf\n",sumX1,sumX2,sumY,sumXY);

  d0=N_data*sumX2-sumX1*sumX1;
  A10=(sumY*sumX2-sumX1*sumXY)/d0;
  A20=(N_data*sumXY-sumX1*sumY)/d0;

  for(i=0; i<N_data; i++){
    F0[i]=(float)(A10+A20*i);
    fprintf(fout,"%lf\n",F0[i]);
    printf("%lf\n",F0[i]);
  }

  printf(" myu=%15.8e\n  b=%lf\n  d0=%lf\n",A20,A10,d0);
  fclose(fin);
  fclose(fout);
}
```

B　最小二乗直線の周りでの揺らぎ

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

#define N_data 6558
```

```
main(int argc, char *argv[])
{
  FILE *fin,*fout;
  int i;
  double sumY,sumXY,sumX1,sumX2,d0,A10,A20;
  static double X1[N_data],X2[N_data],Y[N_data],XY[N_data],F0[N_data];
  static double X[N_data],Y0[N_data];

  if(argc!=3){                                    /*file open*/
    printf("hikisu number is difference.\n");
    exit(1);
  }

  if((fin=fopen(argv[1],"r"))==NULL){
    printf("The read file dosen't open.\n");
    exit(1);
  }
  if((fout=fopen(argv[2],"w"))==NULL){
    printf("The write file doesn't open.\n");
    exit(1);
  }

  for(i=0; i<N_data; i++){
    X1[i]=(float)i+1;
    X2[i]=(float)(i+1)*(i+1);
  }

  for(i=0; i<N_data; i++){                        /*reading data*/
    fscanf(fin,"%lf",&Y0[i]);
  }

  for(i=0; i<N_data; i++){
    Y[i]=(float)log(Y0[i]);
  }

  for(i=0; i<N_data; i++){
    XY[i]=X1[i]*Y[i];
  }
```

```
  sumX1=0.; sumX2=0.; sumY=0.; sumXY=0.;
  for(i=0; i<N_data; i++){
    sumX1+= X1[i];
    sumX2+= X2[i];
    sumY+= Y[i];
    sumXY+= XY[i];
   }
  printf("%d %d %lf %lf\n",sumX1,sumX2,sumY,sumXY);

  d0=N_data*sumX2-sumX1*sumX1;
  A10=(sumY*sumX2-sumX1*sumXY)/d0;
  A20=(N_data*sumXY-sumX1*sumY)/d0;

  for(i=0; i<N_data; i++){
    F0[i]=(float)(A10+A20*i);
    X[i]=Y[i]-F0[i];
    fprintf(fout,"%lf\n",X[i]);
    printf("%lf\n",X[i]);
  }

  printf(" myu=%15.8e\n  b=%lf\n  d0=%lf\n",A20,A10,d0);
  fclose(fin);
  fclose(fout);
}
```

C　ヒストグラムの作成

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

#define N_data 6558
#define hist_range 300
#define day 100

main(int argc, char *argv[])
{
  FILE *fin,*fout;
```

```
int i,j,hist[hist_range+1];
static double X[N_data-day],X1[N_data],d_x,Xmax,Xmin;
static double myu,sum1,sum2,sigma1,sigma2;

if(argc!=3){                                    /*file open*/
  printf("hikisu number is difference.\n");
  exit(1);
}

if((fin=fopen(argv[1],"r"))==NULL){
  printf("The read file dosen't open.\n");
  exit(1);
}
if((fout=fopen(argv[2],"w"))==NULL){
  printf("The write file doesn't open.\n");
  exit(1);
}


for(j=0; j<=hist_range; j++){
  hist[j]=0;
}

for(i=0; i<N_data; i++){                        /*reading data*/
  fscanf(fin,"%lf",&X1[i]);
}
for(i=0; i<N_data-day; i++){
  X[i]=X1[i+day]-X1[i];
}

Xmin=X[0];                                      /*hist*/
Xmax=X[0];
for(i=1; i<N_data-day; i++){
  if(X[i]<Xmin){Xmin=X[i];}
  if(X[i]>Xmax){Xmax=X[i];}
}
d_x=(float)((Xmax-Xmin)/hist_range);

for(i=0; i<N_data-day; i++){
```

```
    hist[(int)((X[i]-Xmin)/d_x)]++;
  }

  for(j=0; j<=hist_range; j++){                /*out put*/
    if(hist[j]!=0){
      fprintf(fout,"%lf %lf\n",(Xmin+d_x*(0.5+j)),
(float)hist[j]/((N_data-day)*d_x));
      printf("%lf %lf\n",(Xmin+d_x*(0.5+j)),
(float)hist[j]/((N_data-day)*d_x) );
    }
  }

  myu=0., sum1=0., sum2=0., sigma1=0., sigma2=0.;
  for(i=0; i<N_data-day; i++){
    sum1+=X[i];
  }

  myu = (float)sum1/N_data;

  for(i=0; i<N_data-day; i++){
    sum2+= ( X[i]-myu )*( X[i]-myu );
  }

  sigma2 = sum2/(N_data-day-1);
  sigma1 = sqrt(sigma2);

  printf(" sigma1=%lf\n sigma2=%lf\n",sigma1,sigma2);

  fclose(fin);
  fclose(fout);
}
```

D　期待値の計算

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
```

```
#define N_data 6558
#define hist_range 300
#define x0 2
#define day 100
#define So 3000
#define dz 0.0005
#define myu 0.00
#define Pai 3.141592


main(int argc, char *argv[])
{
  FILE *fin,*fout1,*fout2;
  int i,j,hist[hist_range+1],S;
  static double X1[N_data],dp,Pmax,Pmin,S1;
  static double P[N_data-day];
  static double Z,kitaichi,Gauss,kitaichi_G;
  static double G,x,E1[hist_range+1],E2[hist_range+1];
  static double kitaichi_1,kitaichi_2,myu2,myu4,sum_myu2,sum_myu4;
  static double myu_0,sum1,sum2,sigma1,sigma2;


  if(argc!=4){                                  /* file open */
    printf("hikisu number is difference.\n");
    exit(1);
  }

  if((fin=fopen(argv[1],"r"))==NULL){
    printf("The read file dosen't open.\n");
    exit(1);
  }
  if((fout1=fopen(argv[2],"w"))==NULL){
    printf("The write file doesn't open.\n");
    exit(1);
  }
  if((fout2=fopen(argv[3],"w"))==NULL){
    printf("The write file doesn't open.\n");
    exit(1);
```

```
}


for(i=0; i<N_data; i++){
  fscanf(fin,"%lf",&X1[i]);
}

for(i=0; i<N_data-day; i++){
  P[i]=X1[i+day]-X1[i];
}

for(j=0; j<=hist_range; j++){    /* for kitaichi */
  hist[j]=0, E1[j]=0., E2[j]=0.;
}


Pmax=P[0];
Pmin=P[0];
for(i=1; i<N_data-day; i++){
  if(P[i]>Pmax) {Pmax=P[i];}
  if(P[i]<Pmin) {Pmin=P[i];}
}

dp=(Pmax-Pmin)/hist_range;

for(i=0; i<N_data-day; i++){
  hist[(int)((P[i]-Pmin)/dp)]++;
}


myu_0=0., sum1=0., sum2=0., sigma1=0., sigma2=0.;/* for Gamma */
myu2=0., myu4=0., sum_myu2=0., sum_myu4=0.;      /* for moment  */

for(i=0; i<N_data-day; i++){
  sum1 += P[i];
  sum_myu2 += P[i] * P[i];
  sum_myu4 += P[i] * P[i] * P[i] * P[i];
}
```

```
  myu_0 = (float)sum1/(N_data-day);

  for(i=0; i<N_data-day; i++){
    sum2+= ( P[i]-myu_0 )*( P[i]-myu_0 );
  }

  sigma2 = sum2/(N_data-day-1);
  sigma1 = sqrt(sigma2);

  myu2 = sum_myu2/(N_data-day);  /* for moment  */
  myu4 = sum_myu4/(N_data-day);  /* for moment  */

  for(j=0; j<=hist_range; j++){
    E1[j] = exp( Pmin+dp*(0.5+j) );
  }



  for( Z=1; Z<2.5; Z+=dz ){
    kitaichi=0., kitaichi_1=0.;
    if( log(Z)<=Pmax ){
      for( j=0; j<=hist_range; j++ ){
if( j >= (log(Z)-Pmin)/dp-0.5 ){
  kitaichi_1+= ( E1[j] - Z )* E1[j] * ((double)hist[j]/(N_data-day)/dp) * dp ;
}
      }
      kitaichi = So *  kitaichi_1 ;

      printf(" Z=%5.8e  kitaichi=%10.8e\n ", Z, kitaichi);
      fprintf(fout1," %5.8e %10.8e\n ", Z, kitaichi);

    }
    else{
      kitaichi=0.;
      printf( " Z=%5.8e  kitaichi=%10.8e\n ", Z, kitaichi );
      fprintf( fout1," %5.8e %10.8e\n ", Z, kitaichi );
    }


    Gauss=0., kitaichi_G=0.;
```

```
    for( x=-x0; x<x0; x+=dp ){
      if( x >= log(Z) ){
G=exp( -(x-myu)*(x-myu)/(2*sigma2) ) / (sigma1*sqrt(2*Pai)) ;
kitaichi_G += ( exp(x)-Z ) * exp(x) * G * dp;
      }
      Gauss = So * kitaichi_G ;
    }
    printf( " Gauss=%20.15e\n", Gauss );
    fprintf( fout2, " %5.8e %20.15e\n", Z, Gauss );

  }

  printf( " Pmax=%lf\n dp=%lf\n", Pmax, dp );
  printf(" sigma1=%lf\n sigma2=%lf\n", sigma1, sigma2 );
  printf(" myu_0=%lf\n\n ", myu_0 );
  printf(" myu4=%10.8e\n  3*myu2^2=%10.8e\n", myu4, 3*myu2*myu2 );
  fclose(fin);
  fclose(fout1);
  fclose(fout2);

}
```

E　レヴィ分布の作成ルーティーン

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>

#include "intde2.c"          /* Cによる汎用数値積分パッケージ　高速板 */

    /*  |x|^(beta)  */
double f1( double x);
void intdeiini( int lenaw, double tiny, double eps, double *aw );
void intdei(double (*f)(double), double a, double *aw, double *i, double *err);

double A, beta, n, Pai=3.141592;
int nfunc;
```

```
main(int argc,char *argv[])
{
  FILE *fout;
  int lenaw;
  extern int nfunc;
  double tiny, aw[8000], i, err;

  if(argc!=2){                                    /*file open*/
    printf("hikisu number is difference.\n");
    exit(1);
  }
  if((fout=fopen(argv[1],"w"))==NULL){
    printf("The write file doesn't open.\n");
    exit(1);
  }

  printf(" 0 < beta <2 \n");
  printf(" beta = ");  scanf("%lf",&beta);
  printf(" 0 < A \n");
  printf(" A = ");     scanf("%lf",&A);


  lenaw = 8000;
  tiny = 1.0e-307;
  for(n=-10.0; n<=10.0; n+=0.01){
    intdeiini( lenaw, tiny, 1.0e-15, aw);
    nfunc = 0;
    intdei( f1, 0.0, aw, &i, &err);
    printf("n= %lf\t, I_1= %lg\t, err= %lg\t, N= %d\n", n, i/Pai, err, nfunc);
    fprintf(fout," %lf\t  %lg\t  %lg\t %d\n", n, i/Pai);
  }
  fclose(fout);
}


double f1( double x)
{
  extern int nfunc;
```

```
  nfunc++;
  return exp( -A * pow( fabs(x), beta)) * cos( n * x);
}
```