

# 有限要素法による対流のシミュレーション

元木 彩智

羽田野研究室

2001年2月28日

## 概要

気象現象は非線形現象であり、予測が困難であることはよく知られている。そのなかでも対流（熱対流）は解明されていない点が多い。そこで有限要素法を用いたシミュレーションで二次元の熱対流を再現し、その特性を調べることを目標として研究を進めた。最も簡単な形の対流のひとつが薄い流体層を下面から加熱したときに生じるベナール型対流である。この研究では乾燥大気を媒質としてベナール型対流を再現し、正常な対流と乱流になったときの振舞いの変化を比較した。その結果、渦の形が複雑に変化すること、安定度が大きく変化することがわかった。

# 目次

1	はじめに	3
2	対流 (convection)	3
2.1	Benárd 型対流	3
2.2	対流を測る量	4
2.2.1	レイリー数 (Rayleigh Number)	4
2.2.2	リチャードソン数 (Richardson Number)	5
2.3	対流の基本方程式	5
2.3.1	流れ関数	5
2.3.2	渦度	6
2.3.3	熱の効果	6
3	シミュレーションの方法	8
3.1	有限要素法	8
3.2	方程式の近似	9
3.3	数値計算法	11
3.4	境界条件	12
3.5	領域の分割のしかた	12
4	シミュレーション結果と考察	14
4.1	分割 1 における結果	14
4.2	分割 2 における結果	21
5	まとめ	30
6	おわりに	30
A	対流のシミュレーションのプログラム	31
B	分割 1 における節点座標のデータ	46
C	分割 2 における節点座標のデータ	49
D	分割 1 における要素節点番号のデータ	51
E	分割 2 における要素節点番号のデータ	57

# 1 はじめに

天気は日々変化し、その予測は困難である。とくに中小規模現象などスケールの小さい気象現象はその寿命も短いため、予測は難しいといわれている。しかし集中豪雨など短時間でも大きな被害をおよぼすこともあり、その予測は重要である。

本研究では中小規模現象である対流、その中の Benárd 型対流をシミュレーションで再現し、乱流になったときの振舞いの変化を調べた。渦の変化の様子は図をみてもわかるが、乱流の度合いはわかりにくい。そこで乱流の度合いを解析する量としてレイリー数とリチャードソン数を用いた。レイリー数もリチャードソン数もあるしきい値を越えると乱流になるということがわかっている。まず初期条件からレイリー数を計算して乱流になるかどうかを判断し、乱流になるときとならないときの二通りの条件を求めた。その条件のもとで数値実験をおこない、時間がたったときの対流の様子を観察した。

## 2 対流 (convection)

熱の移動には3形態がある。1つめは放射である。温度が絶対零度でない限り、すべての物体の表面から熱が電磁波の形で放射されている。この放射線を第2の物体が吸収すれば、第1の物体の熱が第2の物体に伝達されたことになる。

2つめは熱の伝導である。この形の伝達には媒介となる物質が必要であるが、その媒質自身は移動しない。

3つめは対流である。高温の物質自身が低温の場所に移動して熱を伝達する。たとえば、流体の内部に温度の不均一があるとき、流体の内部を熱が伝わり、温度の不均一を解消しようとする。流体内部で物質の移動は起らず熱だけが輸送されるとき、この現象は“熱伝導”である。温度の不均一がさらに大きくなると、流体の熱膨張によって流体内部の重力と浮力の釣合いがくずれ“熱対流”がおこる。熱対流では物質の移動とともに熱が輸送されるため、熱伝導よりも効果的に熱が伝えられる。

### 2.1 Benárd 型対流

対流の最も簡単な形のひとつが Benárd 型対流である。薄い流体層を下面から一様に加熱し、上面は温度を一定に保つ。下面の温度が次第に高くなるとともに、熱は伝導によって流体中を上へ運ばれる。下面と上面の温度差がある臨界値に達したとき、その状態は不安定になり、それを解消するために流体の中で運動がおこる。つまり熱伝導に加えて、熱せられた流体自身が上昇し熱を上方に輸送する。こうしておきた対流は上昇運動と下降運動が規則正しく細胞状に配列している。これがベナール (Benárd) 型対流である。

下面は一樣に加熱したので、下面にそって一樣に温度が高くて軽い流体がある。その上に相対的に冷たくて重い流体があるので、軽い流体は上に行き、重い流体は下に沈んで上下に転倒しようとする。ところが軽い流体が一斉に上昇し、重い流体が一斉に沈むことはできないので、ある部分は上昇し、ある部分は下降する、という形態をとる。こうして上昇運動と下降運動が規則正しく配列する。ベナール型対流では対流細胞の横と縦の比（アスペクト比）は2～3の値をとることがわかっている。

実際の大気中では、例えば晴れた夏の日の午後に発生する好晴積雲（綿雲、羊雲）があげられる。これは陸地が日射で暖められておきた対流の上昇部分で出来た雲である。また、冬季の日本海上で発生する筋状の雲は、シベリア大陸からの寒冷な空気が海面温度が高い日本海上で下から暖められて対流がおこってできる積雲である [1]。

## 2.2 対流を測る量

本研究では対流の度合いを測る量としてレイリー数とリチャードソン数を用いた。これらの定義を以下に説明する。

### 2.2.1 レイリー数 (Rayleigh Number)

対流の起きる臨界値は流体層の厚さ  $d$ 、流体の動粘性率  $\nu$ 、温度伝導率  $\chi$ 、体積膨張係数  $\beta$  で一義的に決まる。 $d, \nu, \chi, \beta$  と上下面の温度差  $\Delta T$  と重力可速度  $g$  で次の無次元量が定義できる [2, 3]。

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T d^3}{\nu\chi} \quad (1)$$

$\beta[1/K]$  : 体積膨張率、 $\nu[m^2/s]$  : 動粘性率、 $\chi[m^2/s]$  : 温度伝導率  
 $T[K]$  : 上下の温度差、 $d[m]$  : 流体層の厚さ、 $g[m/s^2]$  : 重力可速度

これをレイリー数 (Rayleigh number) という。 $\Delta T$  がある臨界値を越えると対流がおこる、ということを一義化すると、レイリー数がある臨界値を越えると対流がおこる、ということができる。一般にはレイリー数が1700を越えると対流がおこり、50000を越えると乱流になることがわかっている。この研究では乾燥大気を用いた。乾燥大気では体積膨張率  $\beta = 3.48 \times 10^{-3}[1/K]$ 、動粘性率  $\nu = 1.45 \times 10^{-5}[m^2/s]$ 、温度伝導率  $\chi = 2.02 \times 10^{-5}[m^2/s]$  である [2]。これらの数値を用いると、 $Ra = \Delta T d^3 * 1.16 * 10^8$  とあらわせる。

## 2.2.2 リチャードソン数 (Richardson Number)

成層流体中の乱流の発達、減衰を示すパラメータがリチャードソン数  $Ri$  である。リチャードソン数は次のように定義される。

$$Ri = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta / \partial z}{(\partial u / \partial z)^2} \quad (2)$$

$\partial \theta / \partial z$  : 温度の鉛直勾配 (温度場の安定度)

$\partial u / \partial z$  : 流速の鉛直勾配 (力学場の安定度)

$\theta [K]$  : 平均温度

$Ri > 1$  のとき乱流は減衰、消滅する。この量は温度場の安定度と力学場の安定度を比較して流体層の安定度を測る。流速の勾配に対して温度の勾配が小さければ不安定であり、乱流が発達する。

## 2.3 対流の基本方程式

対流の様子は次の3つの式で表される ([2] など)  
流れ関数の式

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (3)$$

渦度方程式

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = g\beta \frac{\partial T}{\partial x} + \nu \nabla^2 \omega \quad (4)$$

熱伝導方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \chi \nabla^2 T \quad (5)$$

流れ関数の式、渦度方程式、熱伝導方程式を連立させて流れ関数 (流速)、渦度、温度を求める。ここで流れ関数と渦度、熱の効果について簡単に説明する。

### 2.3.1 流れ関数

流れの方向と一致するように引いた線を“流線”という (図1)。1本の流線上で値が変わらない物理量  $\psi$  を流れ関数という。湧きだしがないという条件から

$$\text{div} \vec{v} = \frac{\partial}{\partial x} u + \frac{\partial}{\partial y} v = 0 \quad (6)$$

という式を導くことができる。この関係から上のような性質の関数  $\psi$  を作る事ができる。また、流れ関数  $\psi$  と流速  $\mathbf{v}(u, v)$  の間には次の関係がある。

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (7)$$

流れ関数の全微分は流線上のいたるところでゼロである。このことを式で表すと次のようになる。

$$d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x}dx + \frac{\partial\psi}{\partial y}dy = 0 \quad (8)$$

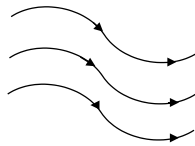


図 1: 流線

### 2.3.2 渦度

運動している流体は必ず運動にそった方向に、粘性による摩擦を受ける。この摩擦は“剪断応力”という。剪断応力のため、粘性流体の流れはシア（傾度）をもつ。シアがあるとき、流れには渦が存在し、流れのなかに置いた歯車は回転する（図 2）。

渦運動を特徴づける物理量が渦度  $\omega$  であり、次の式で定義される。

$$\omega = \text{rot}\vec{v} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (9)$$

$$= - \left( \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} \right) \quad (10)$$

渦度は歯車が回転する角速度の 2 倍を表す。渦度は反時計回りに回転すれば正、時計回りに回転すれば負である。特に  $\omega = 0$  のとき、流れは非回転であるという [4]。

### 2.3.3 熱の効果

流体内の温度の不均一が大きいとき、熱対流がおこる。温度  $T_0$  の流体のある部分が温度  $T$  に変化したとすると、この温度  $T$  の流体塊は単位当たり次式で与えられる力を受ける。

$$F = \beta g(T - T_0) \quad (11)$$

ここで  $g$  は重力加速度、 $\beta$  は熱膨張率である。  $T > T_0$  ならば流体塊には正の力が働き上昇し、  $T < T_0$  ならば流体塊に負の力が働き下降する（図 3）。

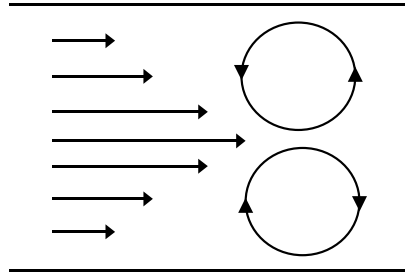


図 2: 流れのシアーによる渦

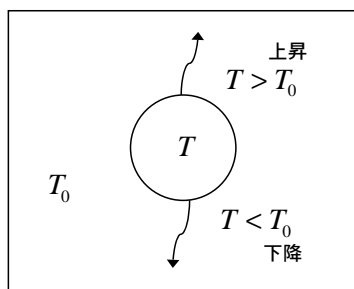


図 3: 流体塊と浮力

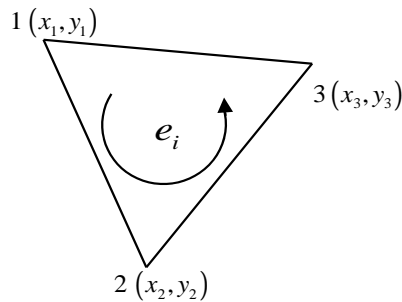


図 4: 三角形要素  $e_i$

### 3 シミュレーションの方法

#### 3.1 有限要素法

有限要素法とは、微分方程式で問題とする領域を、要素と呼ばれる有限の大きさを持つ図形の集りで置き換えて微分を近似する数値計算法の一種である。

例えば一次元なら有限の長さの線要素、二次元なら有限の大きさの三角形要素で置き換える。個々の要素内では区分多項式によって解の近似が行われる。各要素内での近似が完成したら個々の要素をつなぎあわせて全体の近似モデルを作成する。この近似モデルは連立代数方程式になっており、これを解くことによって微分方程式の近似解が得られる。簡単にまとめると、

- 領域を要素に分割する。
- 各要素毎に方程式をたてる。
- 要素をつなぎ合せて全体方程式をたてる。
- 全体方程式を解き、近似解を得る。

このやり方が有限要素法である [5, 6]。

二次元の場合、考えている領域を三角形で置き換える。三角形要素の各頂点を“節点”と呼ぶ。有限要素法では要素と節点に順に番号が付けられる。要素に付けた通し番号を“要素番号”、節点に付けた通し番号を“節点番号”と呼ぶ。各々の三角形要素を区別するために、各三角形要素における節点番号を左回りに読み、各要素毎に記録する。これを“要素節点番号”と呼ぶ(図4)。

有限要素法では、要素メッシュの分割が自由であるため重要な部分だけを細かくみることができる。複雑な境界線は無理なく自然表現でき、境界付近の解の様子がスムーズになる。



### 3.2 方程式の近似

有限要素法でシミュレーションを行う場合、方程式を近似する必要がある。この研究では Galerkin 法を用いて方程式を空間的に離散化して有限要素式を求めた。Galerkin 法とは重み付き残差法を基にした近似解法で、重み関数に区分多項式を用いる方法である。

対流の基本方程式 (3)、(4)、(5) に重み関数  $\delta\psi$ 、 $\delta\omega$ 、 $\delta T$  ( $\delta\psi|_{\Gamma_1} = 0, \delta\omega|_{\Gamma_3} = 0, \delta T|_{\Gamma_5} = 0$ ) を掛けて領域  $\Omega$  で積分する [2]

。

流れ関数の式

$$\int_{\Omega} \delta\psi \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) d\Omega + \int_{\Omega} \delta\psi \omega d\Omega = 0 \quad (12)$$

渦度方程式

$$\int_{\Omega} \delta\omega \frac{\partial \omega}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \delta\omega \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) d\Omega - \int_{\Omega} \delta\omega g\beta \frac{\partial T}{\partial x} d\Omega - \int_{\Omega} \nu \delta\omega \nabla^2 \omega d\Omega = 0 \quad (13)$$

熱伝導方程式

$$\int_{\Omega} \delta T \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \delta T \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega - \int_{\Omega} \chi \delta T \nabla^2 T d\Omega = 0 \quad (14)$$

未知関数  $\psi, \delta\psi, \omega, \delta\omega, T, \delta T$  は三角形要素内で次の式によって近似される。

$$\psi = \sum_{i=1}^3 \phi_i \psi_i = \phi^t \boldsymbol{\psi}, \quad \delta\psi = \sum_{i=1}^3 \phi_i \delta\psi_i = \phi^t \delta\boldsymbol{\psi} \quad (15)$$

$$\omega = \sum_{i=1}^3 \phi_i \omega_i = \phi^t \boldsymbol{\omega}, \quad \delta\omega = \sum_{i=1}^3 \phi_i \delta\omega_i = \phi^t \delta\boldsymbol{\omega} \quad (16)$$

$$T = \sum_{i=1}^3 \phi_i T_i = \phi^t \mathbf{T}, \quad \delta T = \sum_{i=1}^3 \phi_i \delta T_i = \phi^t \delta \mathbf{T} \quad (17)$$

ここで和記号  $\sum$  は三角形要素の 3 節点に関する和を表す。また  $\phi$  は補間関数であり、次式で与えられる。

$$\phi_a = \frac{1}{2\Delta^e} (a_\alpha + b_\alpha x + c_\alpha y) \quad (\alpha = 1, 2, 3) \quad (18)$$

ここに  $a, b, c$  は各要素の節点座標  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$  を用いて、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= x_2 y_3 - x_3 y_2, & b_1 &= y_2 - y_3, & c_1 &= x_3 - x_2 \\ a_2 &= x_3 y_1 - x_1 y_3, & b_2 &= y_3 - y_1, & c_2 &= x_1 - x_3 \\ a_3 &= x_1 y_2 - x_2 y_1, & b_3 &= y_1 - y_2, & c_3 &= x_2 - x_1 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

であらわせ、 $\Delta^e$  は三角形要素の面積で、次式で与えられる。

$$\Delta^e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \frac{(x_2y_3 + x_3y_1 + x_1y_2) - (x_3y_2 + x_1y_3 + x_2y_1)}{2} \quad (20)$$

これらを式 (12)、(13)、(14) に代入すると、 $\delta\psi, \delta\omega, \delta T, (i = 1, 2, 3)$  は任意であることにより、次の要素方程式が得られる。

$$\sum_{\beta} D_{\alpha\beta}\psi_{\beta} - \sum_{\beta} M_{\alpha\beta}\omega_{\beta} - \Gamma_{2\alpha} = 0 \quad (21)$$

$$\sum_{\beta} M_{\alpha\beta}\dot{\omega}_{\beta} + \sum_{\beta} A_{\alpha\beta}\omega_{\beta} + \sum_{\beta} \nu D_{\alpha\beta}\omega_{\beta} - F_{\alpha} - \Gamma_{4\alpha} = 0 \quad (22)$$

$$\sum_{\beta} M_{\alpha\beta}\dot{T}_{\beta} + \sum_{\beta} A_{\alpha\beta}T_{\beta} + \sum_{\beta} \chi D_{\alpha\beta}T_{\beta} - \Gamma_{6\alpha} - \Gamma_{7\alpha} = 0 \quad (23)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} D_{\alpha\beta} &= \int_e \left( \frac{\partial\phi_{\alpha}}{\partial x} \frac{\partial\phi_{\beta}}{\partial x} + \frac{\partial\phi_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial\phi_{\beta}}{\partial y} \right) d\Omega = \frac{1}{4\Delta^e} (b_{\alpha}b_{\beta} + c_{\alpha}c_{\beta}) \\ M_{\alpha\beta} &= \int_e \phi_{\alpha}\phi_{\beta}d\Omega = \frac{\Delta^e}{12} (1 + \delta_{\alpha\beta}) \\ A_{\alpha\beta} &= \int_e \phi_{\alpha} \left( \sum_{\gamma} \frac{\partial\phi_{\gamma}}{\partial y} \psi_{\gamma} - \sum_{\gamma} \frac{\partial\phi_{\gamma}}{\partial x} \psi_{\gamma} \frac{\partial\phi_{\beta}}{\partial y} \right) d\Omega \\ F_{\alpha} &= g\beta \int_e \phi_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_{\gamma} \phi_{\gamma} T_{\gamma} \right) d\Omega = \frac{g\beta}{6} \sum_{\gamma} b_{\gamma} T_{\gamma} \\ \Gamma_{2\alpha} &= \int_{\Gamma_2} \phi_{\alpha} \frac{\partial\phi}{\partial n} d\Gamma = -V_s \begin{pmatrix} 0 \\ l/2 \\ l/2 \end{pmatrix} \\ \Gamma_{4\alpha} &= \int_{\Gamma_4} \nu\phi_{\alpha} \frac{\partial\omega}{\partial n} d\Gamma = \nu\omega_n \begin{pmatrix} 0 \\ l/2 \\ l/2 \end{pmatrix} \\ \Gamma_{6\alpha} &= \int_{\Gamma_6} \phi_{\alpha} Q_0 d\Gamma = Q_0 \begin{pmatrix} 0 \\ l/2 \\ l/2 \end{pmatrix} \\ \Gamma_{7\alpha} &= \int_{\Gamma_7} \phi_{\alpha} Q_0^* d\Gamma = Q_0^*(T) \begin{pmatrix} 0 \\ l/2 \\ l/2 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

である。要素方程式をすべての要素について重ね合わせると、次のような全体方程式が得られる。

$$[D]\psi - [M]\omega - \Gamma_2 = 0 \quad (25)$$

$$[M]\dot{\omega} + [A(\psi)]\omega + \nu[D]\omega - \mathbf{F} - \Gamma_4 = 0 \quad (26)$$

$$[M]\dot{\mathbf{T}} + [A(\psi)]\mathbf{T} + \chi[D]\mathbf{T} - \Gamma_6 - \Gamma_7(\mathbf{T}) = 0 \quad (27)$$

ここに、 $[D], [M], [A]$  は全体マトリックスで、 $\mathbf{F}$  は浮力を表す項、 $\Gamma_2, \Gamma_4, \Gamma_6, \Gamma_7$  はそれぞれ境界条件  $\partial\psi/\partial n, \partial\omega/\partial n, \partial T/\partial n, -\alpha(T - T_{air})$  を導入する項である。

時間微分は第  $n$  段階  $\omega^n, \mathbf{T}^n$  と第  $n+1$  段階  $\omega^{n+1}, \mathbf{T}^{n+1}$  との差を時間増分  $\Delta t$  で割った次の近似式で置き換える。

$$\dot{\omega} \simeq \frac{\omega^{n+1} - \omega^n}{\Delta t} \quad (28)$$

$$\dot{\mathbf{T}} \simeq \frac{\mathbf{T}^{n+1} - \mathbf{T}^n}{\Delta t} \quad (29)$$

全体方程式は次のようになる。

$$[D]\psi^{n+1} = [M]\omega^n + \Gamma_2^{n+1} \quad (30)$$

$$[M]\frac{\omega^{n+1}}{\Delta t} + \nu[D]\omega^{n+1} = [M]\frac{\omega^n}{\Delta t} - [A(\psi^{n+1})]\omega^n + \mathbf{F}^n - \Gamma_4^{n+1} \quad (31)$$

$$[M]\frac{\mathbf{T}^{n+1}}{\Delta t} + \chi[D]\mathbf{T}^{n+1} = [M]\frac{\mathbf{T}^n}{\Delta t} - [A(\psi^{n+1})]\mathbf{T}^n + \Gamma_6^{n+1} - \Gamma_7^n(\mathbf{T}^n) \quad (32)$$

流体の運動が激しくなると計算が不安定になる。数値計算の安定性をはかるため、要素ごとに粘性係数  $\nu$  を次のように修正して与える。

$$\nu_{ex} = \nu + \frac{1}{2}u^2\Delta t, \quad \nu_{ey} = \nu + \frac{1}{2}v^2\Delta t \quad (33)$$

熱拡散係数  $\chi$  も同様である。

$$\chi_{ex} = \chi + \frac{1}{2}u^2\Delta t, \quad \chi_{ey} = \chi + \frac{1}{2}v^2\Delta t \quad (34)$$

### 3.3 数値計算法

以下の手順で計算をおこなった。

1.  $t = 0$  において全領域で  $\omega_0 = 0$  を与えて流れ関数の式 (30) を解き、流れ関数  $\psi_1(t = 0)$  を求める。
2.  $(\omega_0, \psi_1)$  の組を渦度の式 (31) に代入して  $\Delta t$  後の渦度  $\omega_1(t = \Delta t)$  を求める。

3.  $(\omega_1, \psi_1, T_0)$  を熱伝導の式 (32) に代入して  $\Delta t$  後の温度  $T_1(t = \Delta t)$  を得る。
4. このようにして得た  $n = 1$  段階、 $t = \Delta t$  での一組の解  $(\omega_1, \psi_1, T_1)$  を流れ関数の式、渦度の式、熱伝導の式の順に代入して  $n = 2$  段階における一組の解  $(\omega_2, \psi_2, T_2)$  を得る。

この計算ステップをくりかえし実行し  $n$  ステップ目の解を求める。

### 3.4 境界条件

高さ 0.05m、長さ 1m の領域にある乾燥大気を考える。  
流れ関数  $\psi$  に関する条件: 上下の境界で流れ関数はゼロ。

$$\left. \begin{array}{l} \text{基本境界条件: } \psi_{y=0, y=0.05} = 0 \quad (x, y \in \Gamma_1) \\ \text{自然境界条件: } \left. \frac{\partial \psi}{\partial n} \right|_{y=0, y=0.05} = 0 \quad (x, y \in \Gamma_2) \end{array} \right\} \quad (35)$$

渦度  $\omega$  に関する条件: 上面は摩擦なし、下面は摩擦あり。

$$\left. \begin{array}{l} \text{基本境界条件: } \omega_{y=0} = \omega_0 \quad (x, y \in \Gamma_3) \\ \text{自然境界条件: } \left. \frac{\partial \omega}{\partial n} \right|_B = 0 \quad (x, y \in \Gamma_4) \end{array} \right\} \quad (36)$$

温度  $T$  に関する境界条件: 上面は  $0^\circ\text{C}$  で一定、下面は外部と接している。  
外部温度は  $1^\circ\text{C}$  と  $10^\circ\text{C}$  の 2 通りを試した ( $T_{air} = 1, T_{air} = 10$ )。

$$\left. \begin{array}{l} \text{基本境界条件: } T_{y=0.05} = 0 \quad (x, y \in \Gamma_5) \\ \text{境界上で放熱があるとき: } q = -\alpha(T_{y=0} - T_{air}) = Q_0^* \quad (x, y \in \Gamma_7) \\ \text{自然境界条件 (境界上で熱の} \\ \text{流速が与えられている場合): } q = \chi \frac{\partial T}{\partial n} = Q_0 \quad (x, y \in \Gamma_6) \end{array} \right\} \quad (37)$$

ただし  $\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_B = 0$ : 断熱壁、 $\alpha$ : 有効熱伝導率、 $T_{air}$ :  $\Gamma_7$  に接している空気層の温度。  
外界の温度が  $1^\circ\text{C}$  の場合レイリー数は 14554、 $10^\circ\text{C}$  の場合レイリー数は 145544 となる。

### 3.5 領域の分割のしかた

高さ 0.05m、長さ 1.0m の領域を 1000 個の要素で 2 通りに分割した。

分割	要素数	節点数	水平方向分割	鉛直方向分割
1	1000	616	100	5
2	1000	561	50	10

節点のデータは後述する。

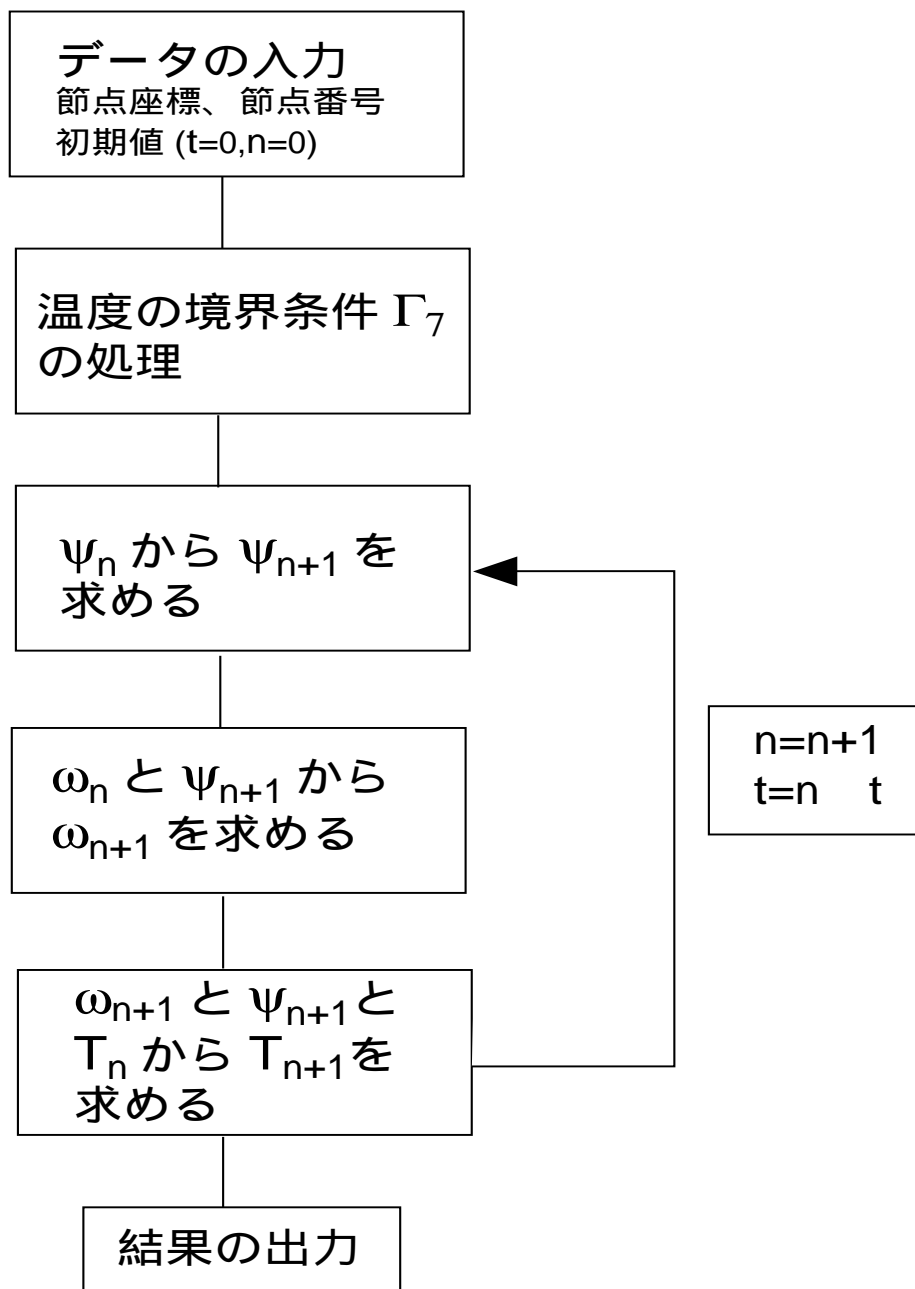


図 5: シミュレーションの手順

## 4 シミュレーション結果と考察

### 4.1 分割1における結果

まず分割1における結果をしめす。30秒後から3000秒後までの渦の形の変化は次のようになった。下面の温度を $1^{\circ}\text{C}$ にしたときの様子を図6から図8に示す。また下面の温度を $10^{\circ}\text{C}$ にしたときの様子を図9から図12に示す。

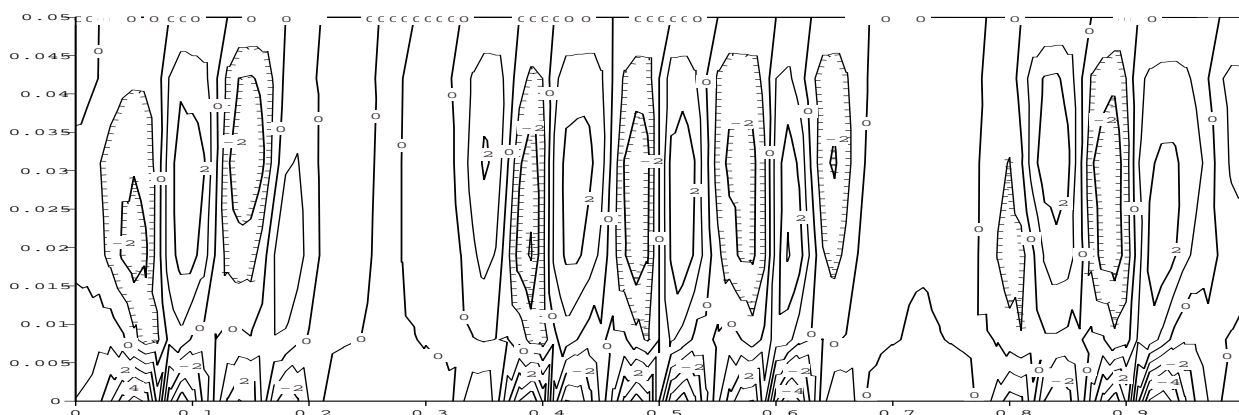


図6: 下面を $1^{\circ}\text{C}$ にしたときの30秒後の渦。

高さ0.05m、横幅1.0mの領域における渦のかたち。等渦度線は $1[1/s]$ ごとに引いてある。負の渦度は時計方向の回転を、正の渦度は反時計方向の回転を示す。以下の図も同様である。

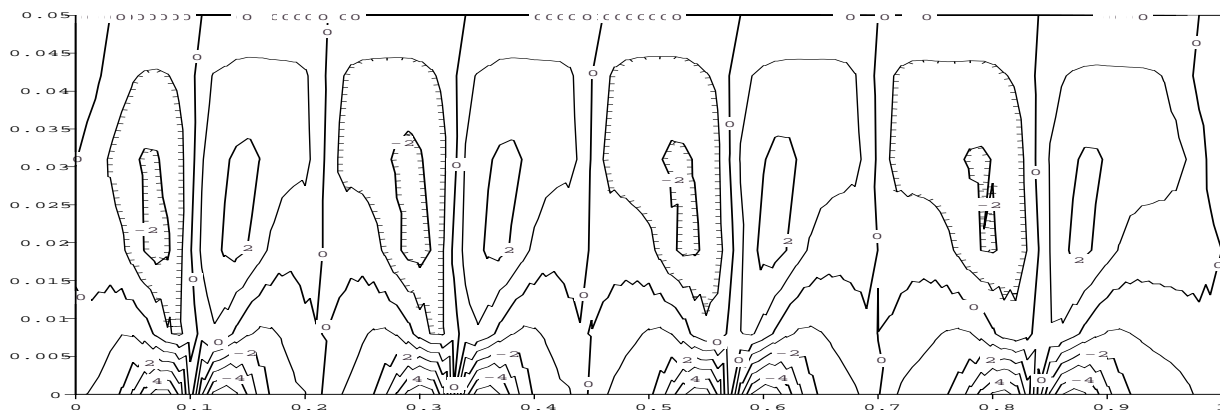


図7: 下面を $1^{\circ}\text{C}$ にしたときの1500秒後の渦。等渦度線は $1[1/s]$ ごと。条件は図6と同じ。

下面の温度を $1^{\circ}\text{C}$ としたときは、時間がたつと渦はきれいな丸い細胞状のかたちを保ちつつ融合して数が減る。渦の数が減っているため、全体として運動量は減少していると考えられる。下面の温度を $10^{\circ}\text{C}$ とすると30秒後ではきれいな形

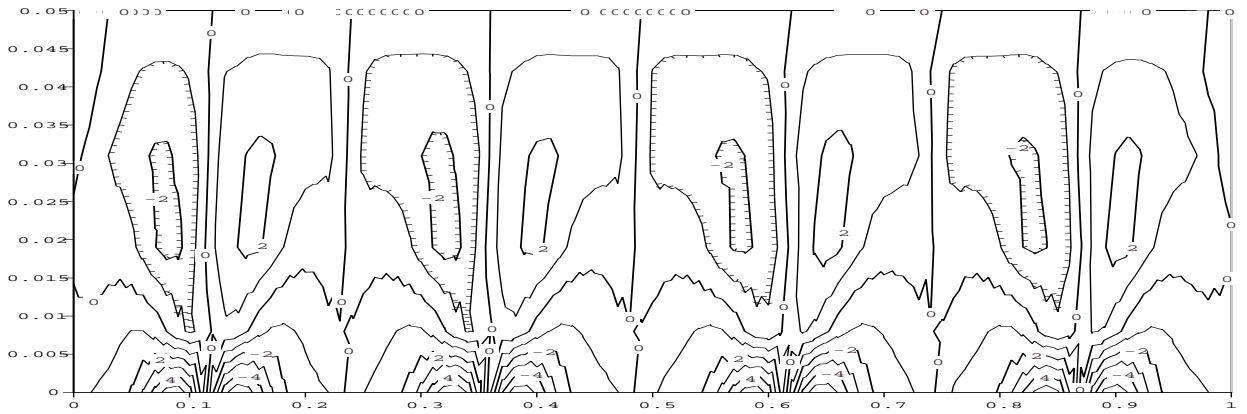


図 8: 下面を  $1^{\circ}\text{C}$  にしたときの 3000 秒後の渦。 等渦度線は  $1[1/s]$  ごと。

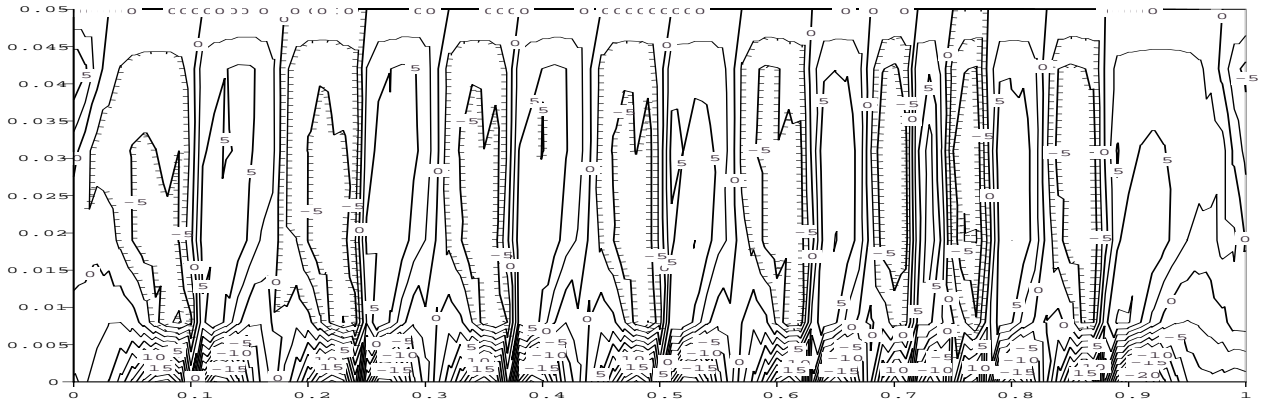


図 9: 下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときの 30 秒後の渦。 温度以外の条件は下面が  $1^{\circ}\text{C}$  のときと同じ。等渦度線は  $2.5[1/s]$  ごと。

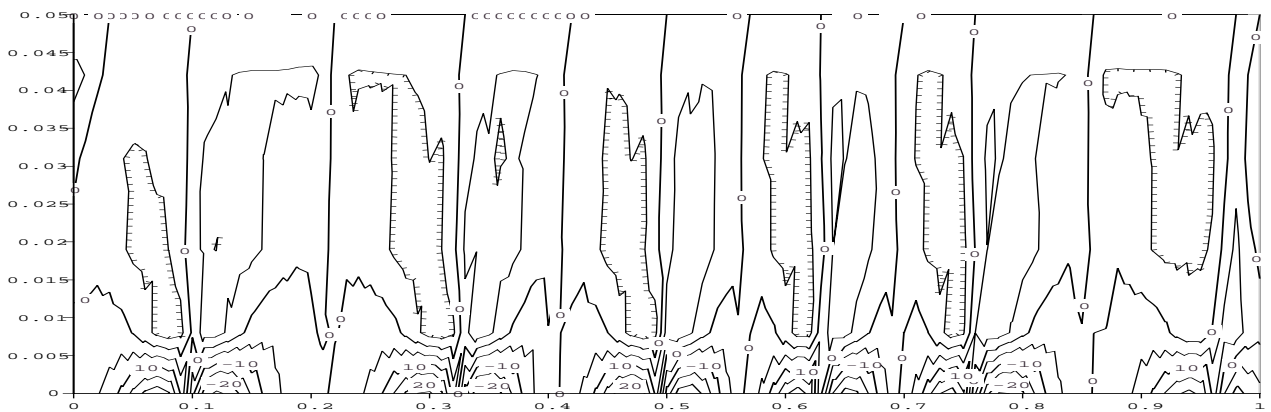


図 10: 下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときの 300 秒後の渦。 等渦度線は  $5[1/s]$  ごと。

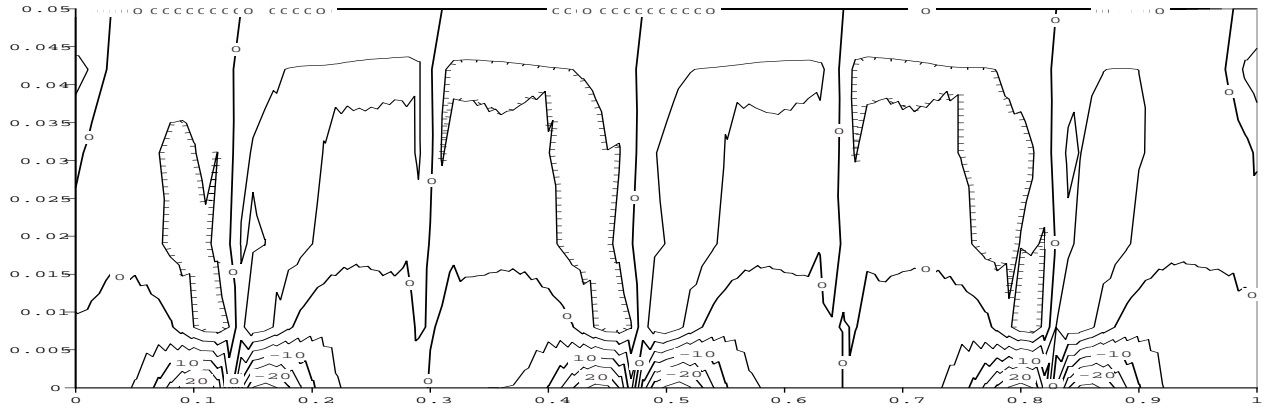


図 11: 下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときの 1500 秒後の渦。 等渦度線は  $5[1/s]$  ごと。

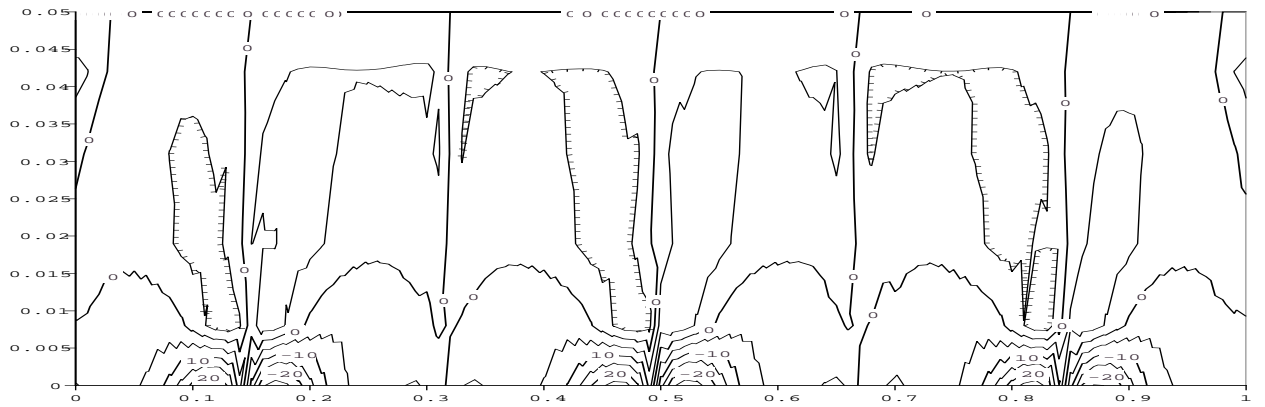


図 12: 下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときの 3000 秒後の渦。 等渦度線は  $5[1/s]$  ごと。



をしているが、時間がたつにつれて渦は丸い形を保てなくなり、複雑な形になった。しかし時間がたつと渦が融合して数が減るところは下面を  $1^{\circ}\text{C}$  としたときと共通していた。

下面を  $1^{\circ}\text{C}$  としたときと  $10^{\circ}\text{C}$  としたときのレイリー数とリチャードソン数の時間ごとの変化を図 13 から図 16 に示す。

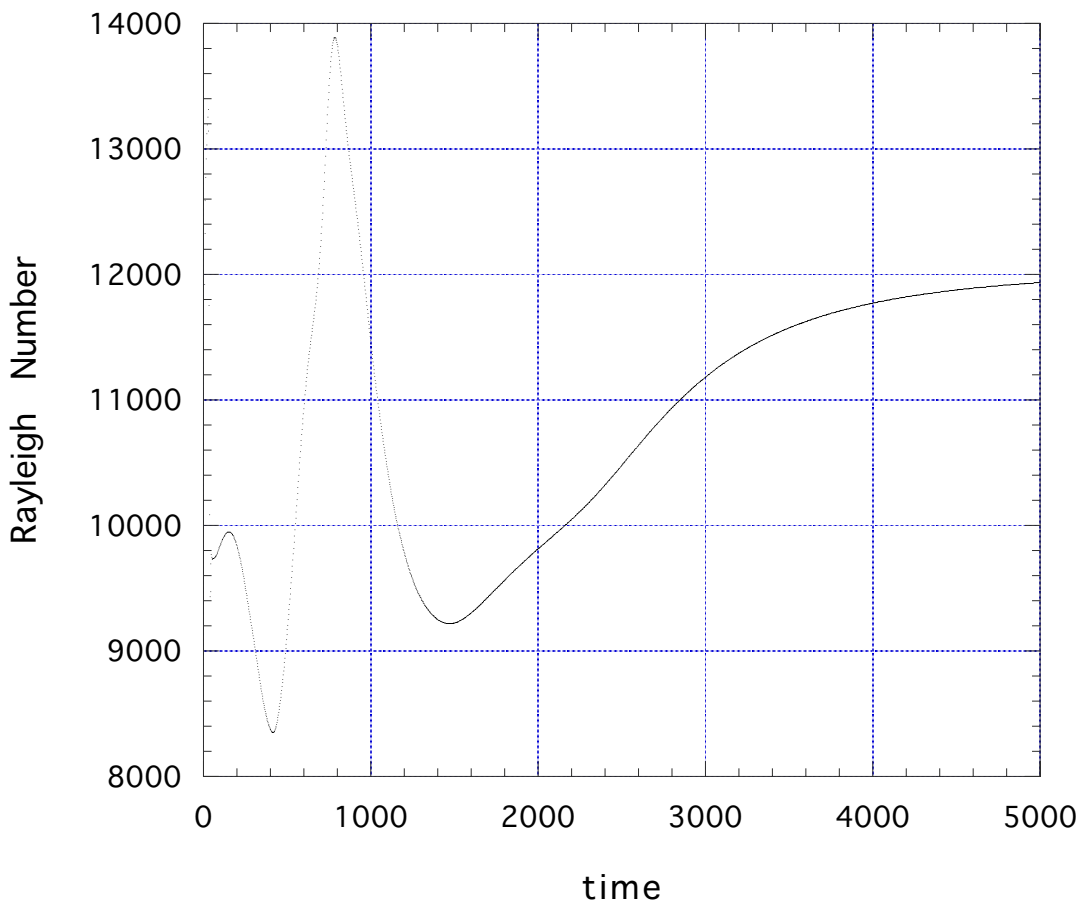


図 13: 下面を  $1^{\circ}\text{C}$  にしたときのレイリー数。 縦軸はレイリー数、横軸は時間をあらわす。

下面を  $1^{\circ}\text{C}$  にしたときのレイリー数は最大でも 14000 であり、乱流にはならない。下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときは一度 40000 までさがるが、そのあとは 100000 以上であり、乱流状態になっていることがわかる。リチャードソン数は 1 より大きいときが安定だといわれているが、桁違いの値がでてしまったので、ここでは温度安定度と運動の安定度の比較として物理的な変動を把握することにした。

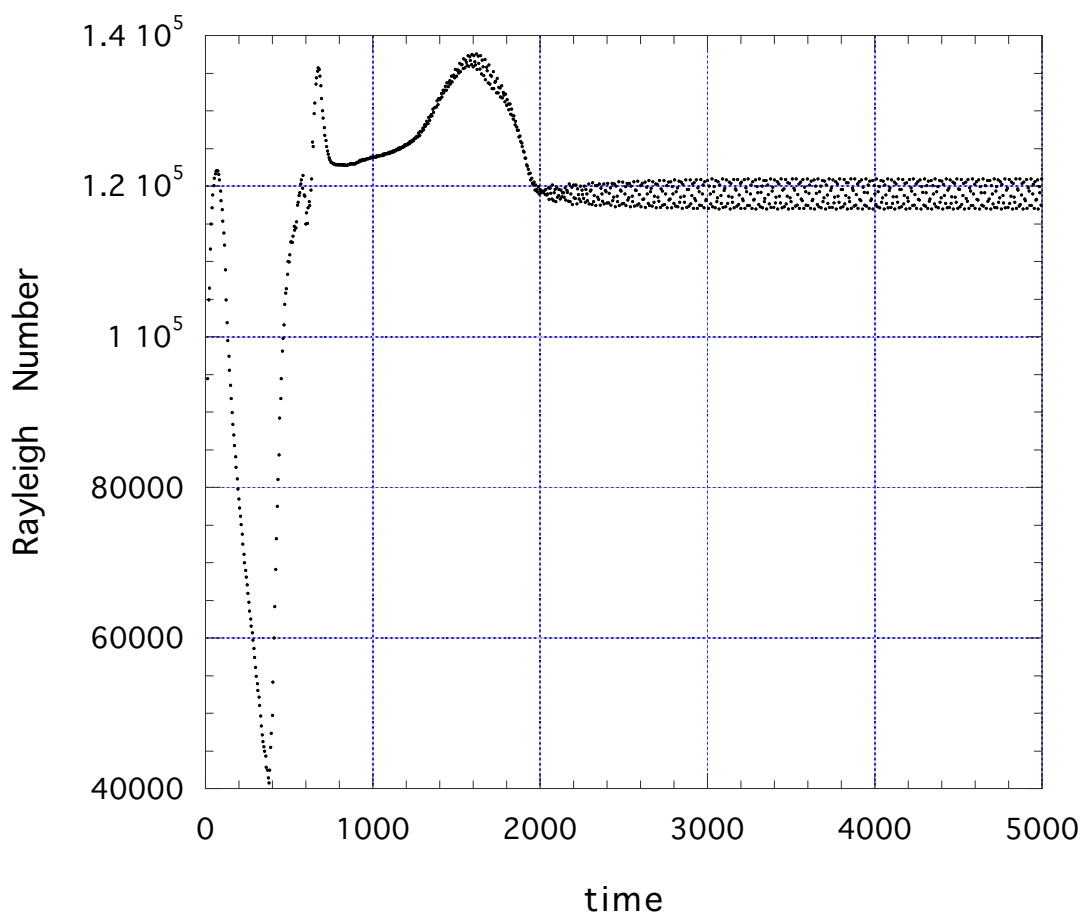


図 14: 下面を 10°C にしたときのレイリー数。 縦軸はレイリー数、横軸は時間をあらわす。

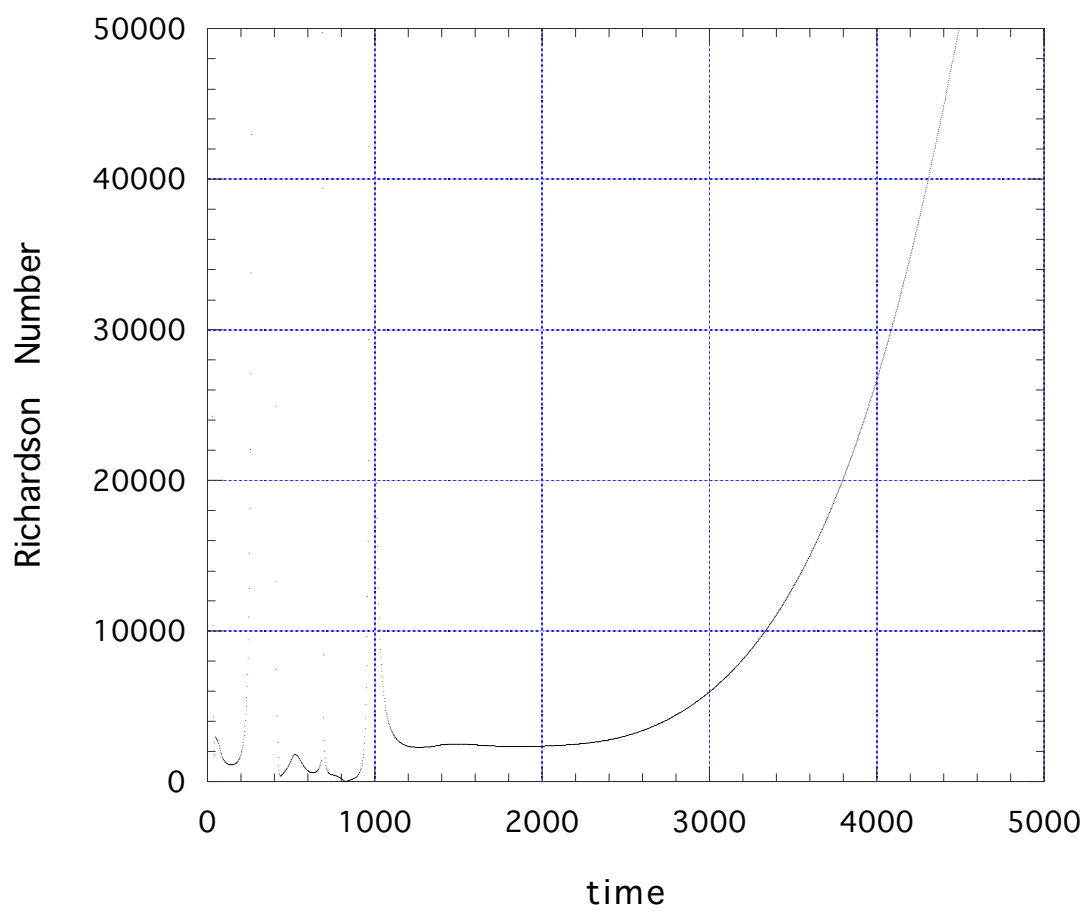


図 15: 下面を  $1^{\circ}\text{C}$  にしたときのリチャードソン数。縦軸はリチャードソン数、横軸は時間をあらわす。

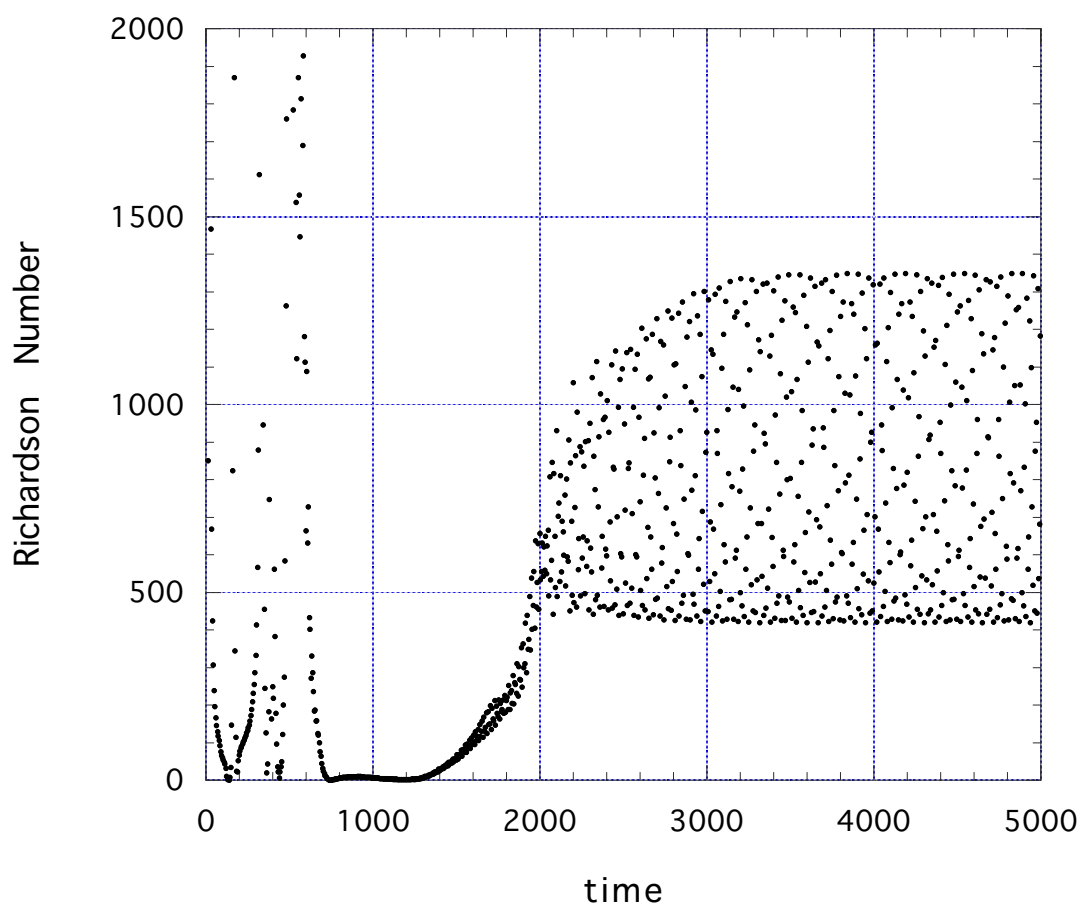


図 16: 下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときのリチャードソン数。縦軸はリチャードソン数、横軸は時間をあらわす。

レイリー数、リチャードソン数ともに下面が  $1^{\circ}\text{C}$  のときは連続的に変化しているが  $10^{\circ}\text{C}$  のときは激しく振動している。下面が  $1^{\circ}\text{C}$  のときレイリー数は 2000 秒後くらいからゆるやかに変化しているが、リチャードソン数は 3000 秒後くらいから急に上昇している。レイリー数の変化から流体層全体は温度的に安定しているということがわかり、リチャードソン数の変化から任意の 2 点間においては鉛直方向の温度差に対して流速差が小さく、運動量が少ないということが考えられる。つまり式 (2) における分子  $\partial\theta/\partial z$  に比べて分母  $\partial u/\partial z$  が小さく、非常に安定な状態にある。また単精度で計算を行ったため誤差が増大したとも考えられる [7]。

下面の温度を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときは 2000 秒後から激しく振動しており、周期性もみられる。これは下から加熱して不安定な状態を与えつづけているため、運動が複雑になったためだと考えられる。タイムステップの幅を変えると周期性がみられなくなるが、やはり複雑に振動する。

## 4.2 分割 2 における結果

次に分割 2 における結果を示す。30 秒後から 500 秒後までの渦の形の変化は次のようになった。下面の温度を  $1^{\circ}\text{C}$  にしたときの様子を図 17 から図 19 に示す。また下面の温度を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときの様子を図 20 から図 22 に示す。

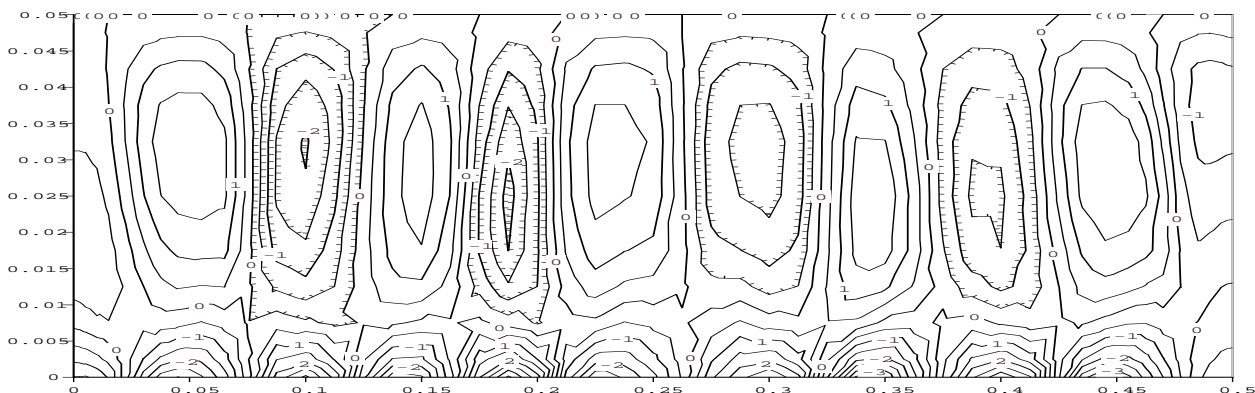


図 17: 下面を  $1^{\circ}\text{C}$  にしたときの 30 秒後の渦。高さ 0.05m、横幅 0.5m の領域における渦のかたち。等渦度線は  $0.5[1/s]$  ごとに引いてある。

ここでは 500 秒後までの結果しか載せていないが、このあと渦の形は変化しなかった。下面が  $1^{\circ}\text{C}$  のときはアスペクト比 (縦横比) 3 程度のきれいなベナール型対流になっているが、下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にすると渦が減り、ひとつになってしまった。この理由としては計算をしたときのタイムステップの幅が相応しくなかったことや、鉛直方向の分割を細かくしたことにより境界条件の影響が大きくなってしまったこと、壁からの跳ね返りなどが考えられる。

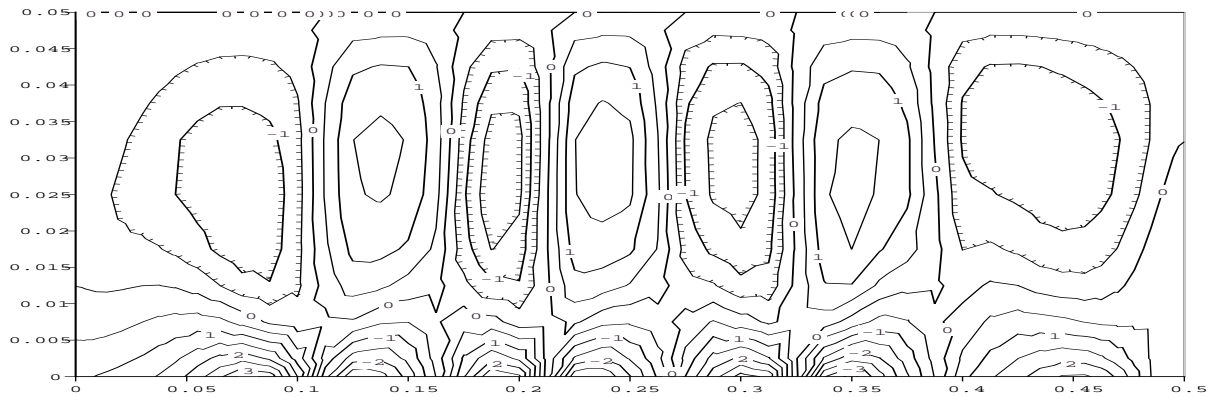


図 18: 下面を  $1^{\circ}\text{C}$  にしたときの 100 秒後の渦。 等渦度線は  $0.5[1/s]$  ごと

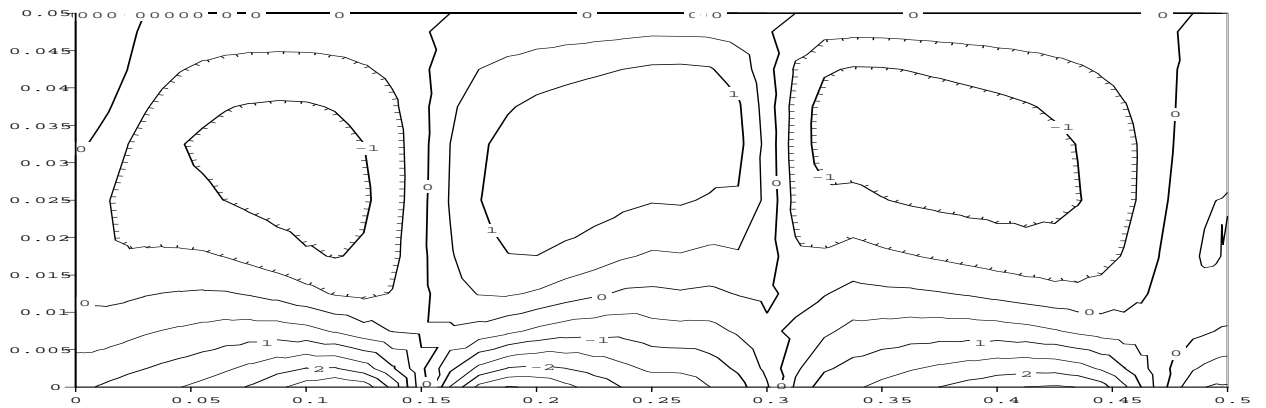


図 19: 下面を  $1^{\circ}\text{C}$  にしたときの 500 秒後の渦。 等渦度線は  $0.5[1/s]$  ごと

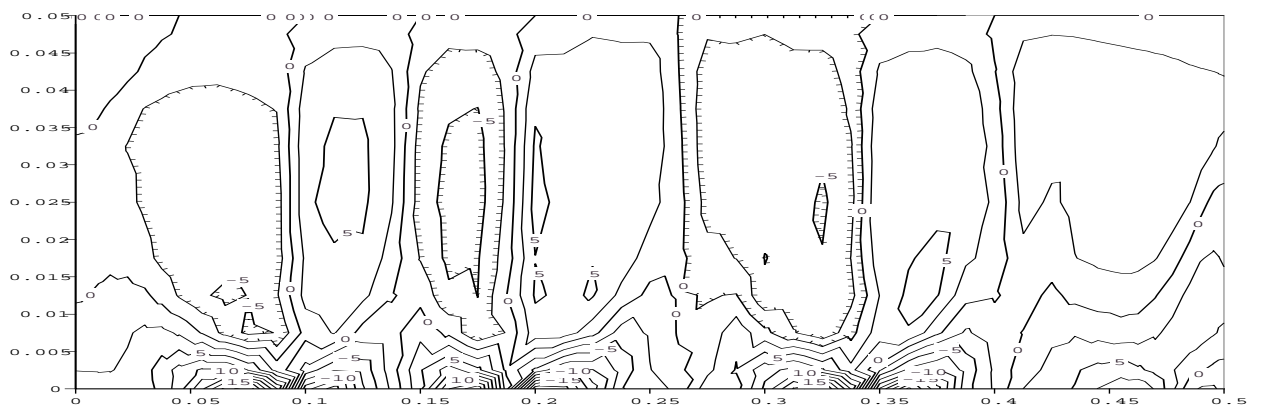


図 20: 下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときの 30 秒後の渦。 温度以外の条件は下面が  $1^{\circ}\text{C}$  のときと同じ。 等渦度線は  $2.5[1/s]$  ごと。

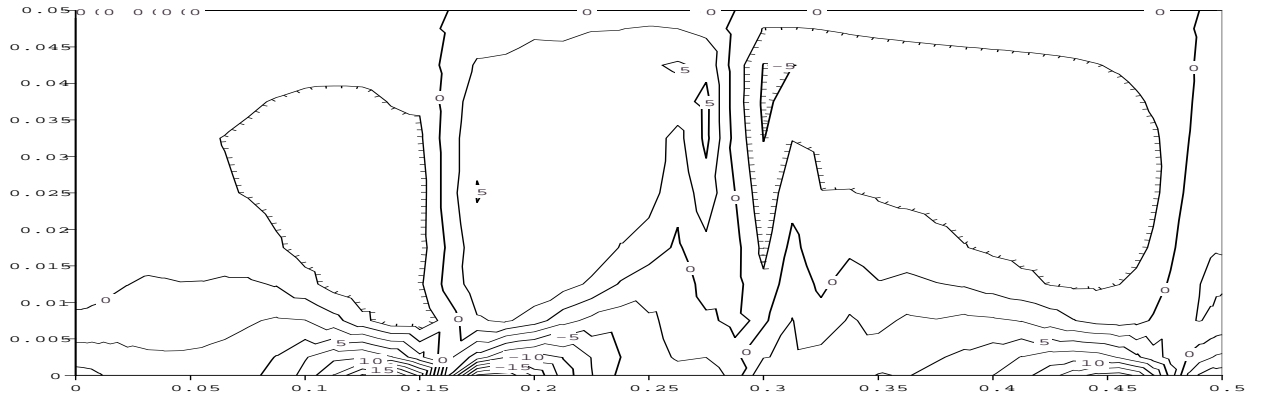


図 21: 下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときの 100 秒後の渦。 等渦度線は  $2.5[1/s]$  ごと。

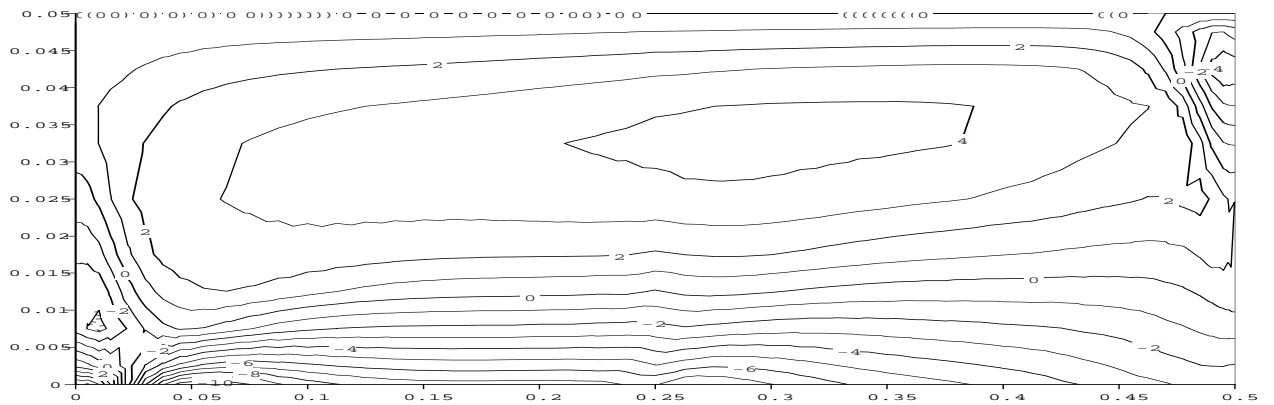


図 22: 下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときの 500 秒後の渦。 等渦度線は  $1[1/s]$  ごと。

レイリー数とリチャードソン数の時間変化を図 23 から図 28 に示す。

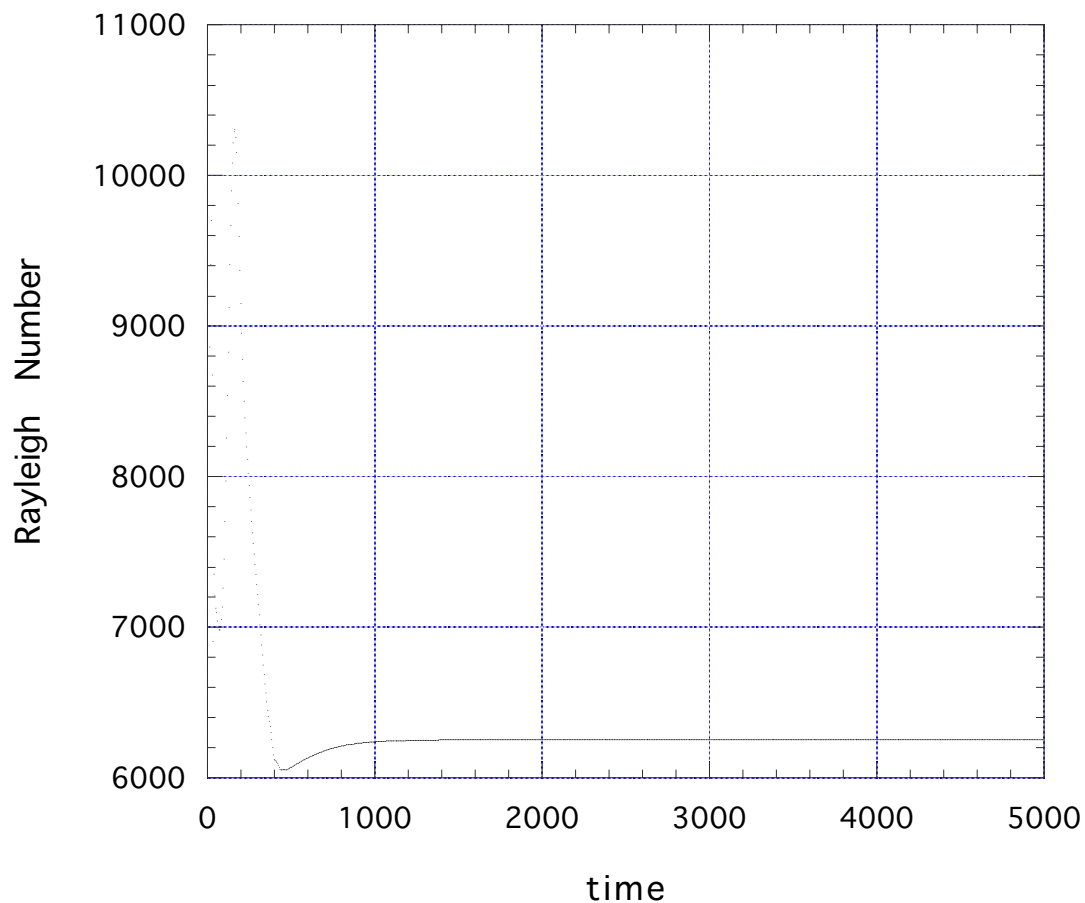


図 23: 下面を  $1^{\circ}\text{C}$  にしたときのレイリー数の変化。 縦軸はレイリー数、横軸は時間をあらわす。

レイリー数、リチャードソン数とも温度に関らず 1000 秒程で安定しているように見える。しかし拡大してみると下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときは微少振動していることが分った。渦の様子からみるとこちらの分割の仕方、タイムステップではベナール型対流を再現ができなかったと思われたが、レイリー数、リチャードソン数の変化から複雑な運動をしていることはわかる。



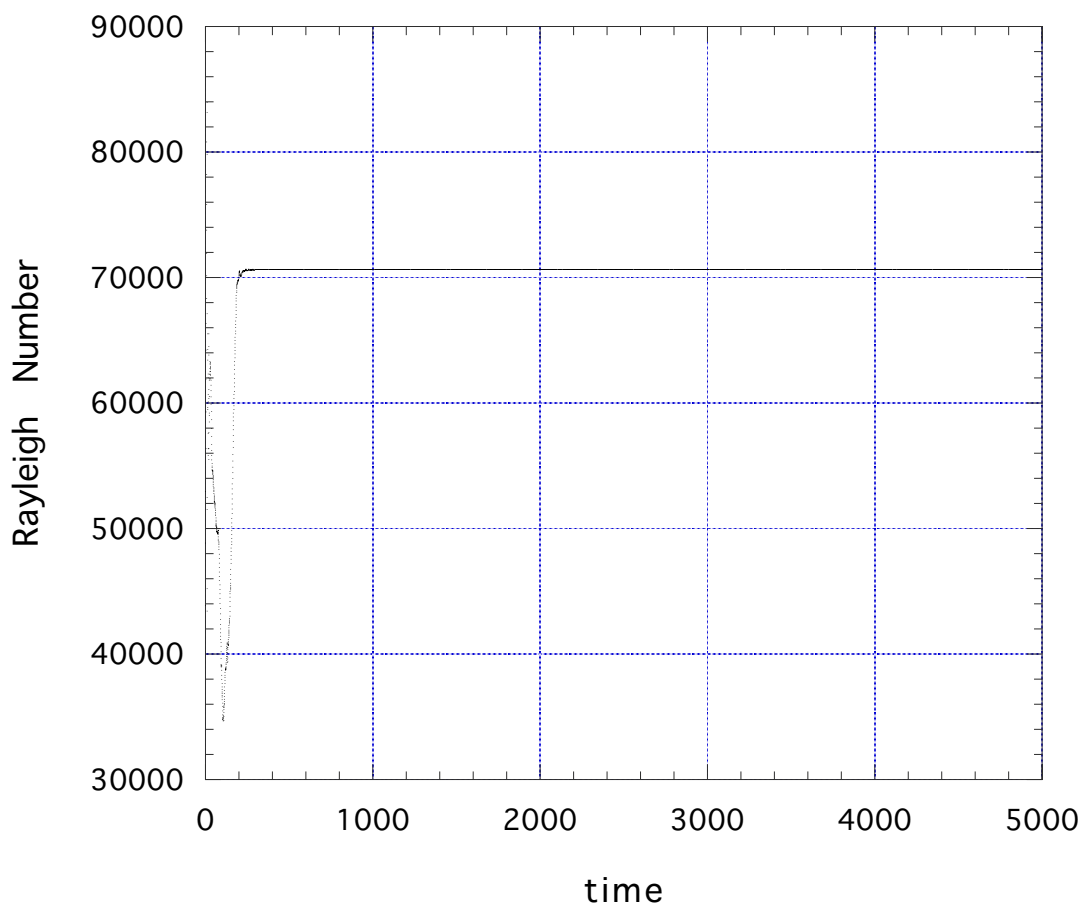


図 24: 下面を 10°C にしたときのレイリー数の変化。縦軸はレイリー数、横軸は時間をあらわす。

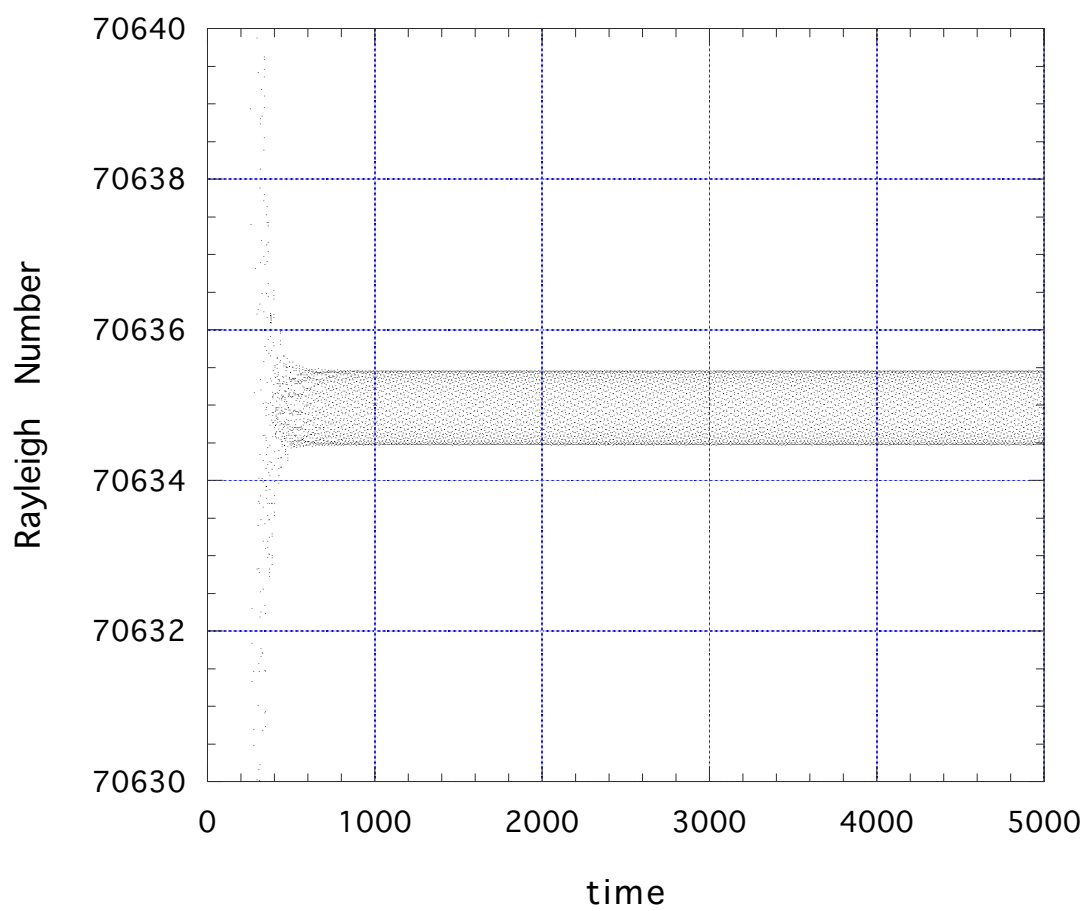


図 25: 下面を 10°C にしたときのレイリー数の変化。  
70630 から 70640 の間を拡大したもの。

図 24 の縦軸の 70630 から

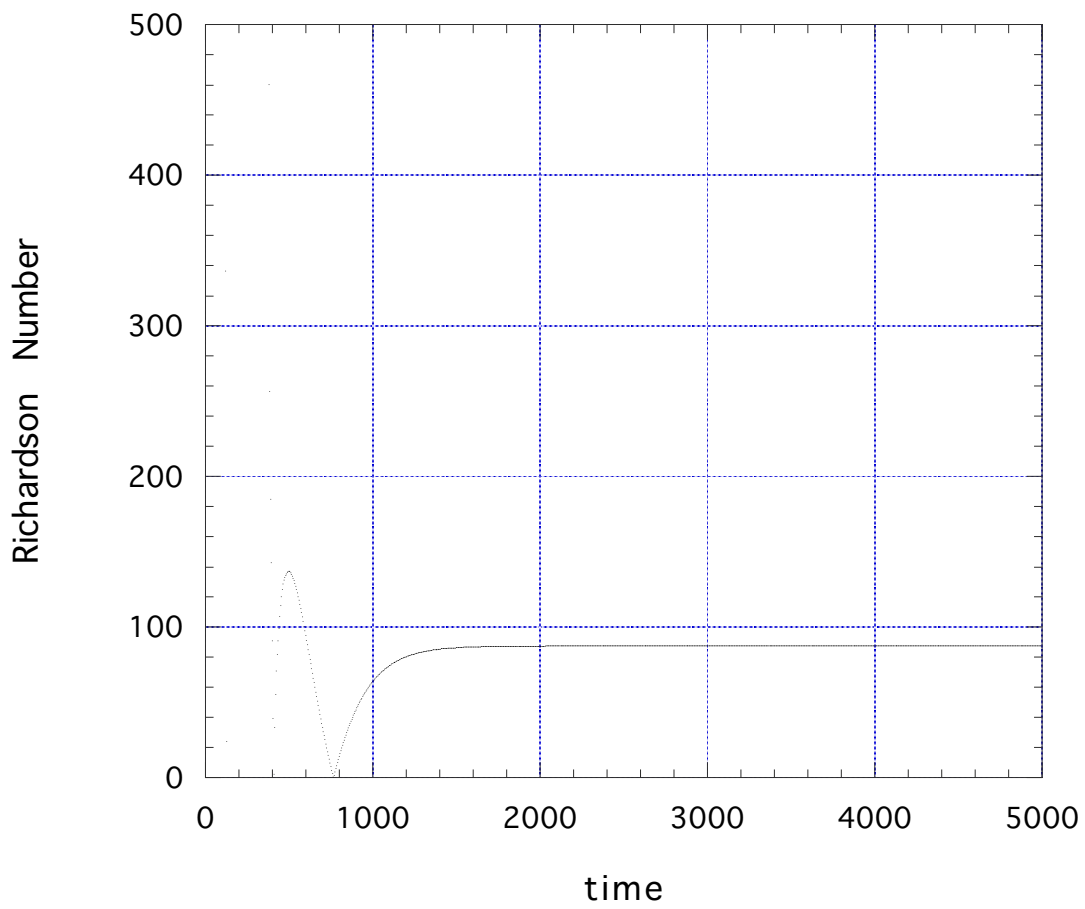


図 26: 下面を  $1^{\circ}\text{C}$  にしたときのリチャードソン数の変化。縦軸はリチャードソン数、横軸は時間をあらわす。

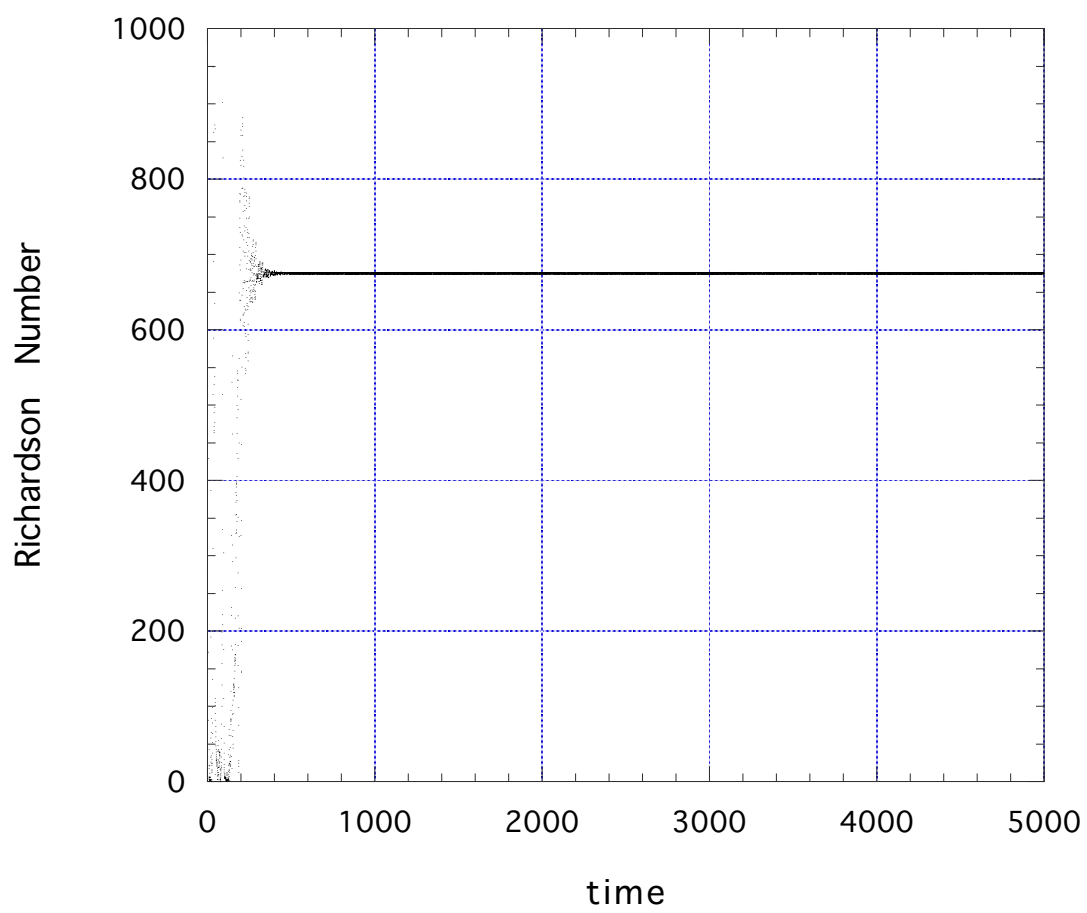


図 27: 下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときのリチャードソ数の変化。縦軸はレイリー数、横軸は時間をあらわす。

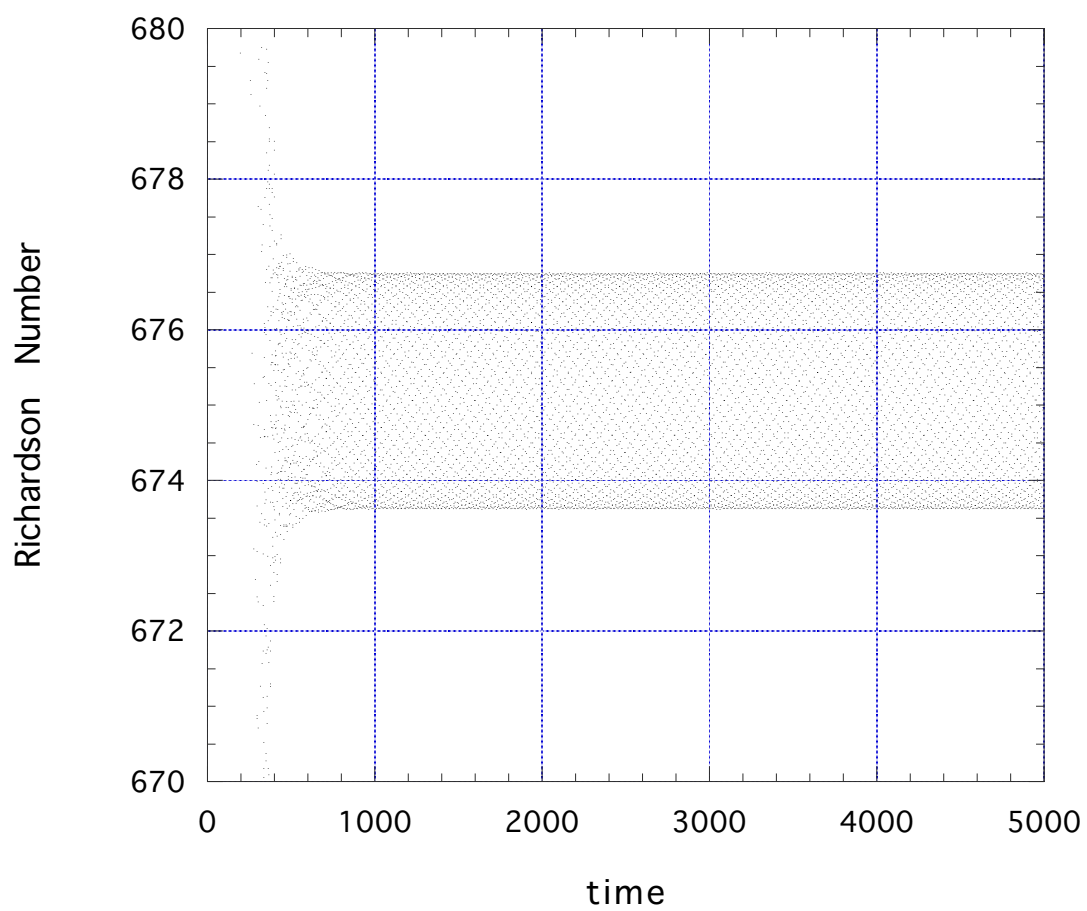


図 28: 下面を  $10^{\circ}\text{C}$  にしたときのリチャードソン数の変化。 図 27 の縦軸の 670 から 680 を拡大したもの。

## 5 まとめ

有限要素法を用いたシミュレーションでベナール型対流の再現ができることがわかった。また、境界条件やタイムステップによって渦の様子が大きく変化していた。乱流になる臨界値あたりの温度でもシミュレーションを行ってみたが、タイムステップによってレイリー数やリチャードソン数が振動したりしなかったりしたため、乱流かどうか判断することは難しかった。少なくともこのプログラムにより対流の再現はできることは確実なので今後は色々な要素分割、タイムステップおよび境界条件の取り扱いを検討していきたい。今回は対流の状態を把握する量としてレイリー数とリチャードソン数を用いたが、その他のパラメーターも試す必要がある。また実際の気象現象のスケールにおける対流を扱うことも試みてみたい。

## 6 おわりに

配属される研究室が決まったのは就職活動の真っ只中でした。就職先が決まり、卒業研究を進めつつも、私は運命の動機にひきずられていました。そんな私をいつも丁寧に御指導くださった羽田野直道先生に厚く御礼申し上げます。また、ときに励ましあい、刺激しあった同研究室の卒研究生のみんな、面倒見よくいろいろ教えてくださった院生の方々に感謝致します。

卒業研究を進めるにあたって様々なことにぶつかりました。しかし、青学に来てよかった、と思えることも多々ありました。この場を借りてこれまで私に関った全ての方に感謝申し上げます。

*Special Thanks to...* Koichi Hayashi

## 参考文献

- [1] 小倉義光 著：一般気象学、東京大学出版会、1984
- [2] 大西和榮 監修：パソコンによる流れ解析、浅倉書店、1986
- [3] 木村竜治 著：流れの科学、東海大学出版会、1979
- [4] 股野宏志 著：天気予報のための大気の運動と力学、東京堂出版、1997
- [5] 戸川隼人 著：有限要素法へのガイド、サイエンス社、1979
- [6] Internet-College of Finite Element Method、<http://www.fem.gr.jp>
- [7] 神部勉、P.G.Drazin 著：流体力学 安定性と乱流、東京大学出版会、1998

## APPENDIX

### A 対流のシミュレーションのプログラム

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

int main()
{
    int  N,N1,N2,N4,N5,NT,I4,NN1,SS;
    int  i,j,k,k1,L,LL,II,IX,IY,IY1,IY2,IY3,MB,I1,I2,I3,n6,J1,J2;
    int  IM,IN,IR,IC,ID;
    int  I[1010][3],IBC[300],IW[300][2],IMO[300],ITC[300],IES[300];
    long  IQ,h;
    double  VIC,DT,VS,AKAI,BETA,ALPH,TAIR,TO,EPS,TT;
    double  DELK,DELT,DES,F1,F2,F3,XX,YY,AL,HN,WN,XM,YM,BW;
    double  DE1,UE,VE,E1,E2,E3,E4,E5,E6,TFL,FF,TG,EZ;
    double  WMAX,DAS,Wm,WM;
    double  X[1010],Y[1010],A[1010][30],B[1010],S[3][3],DEL[1010];
    double  VIBC[300],BT[300],AA[1010][30],xx[1010],yy[1010];
    double  WBA[300],W[1010],WW[1010],BB[1010],SL[1010][2],T[1010];
    double  BS[3],V[2][1010],C[30],b[3],c[3];
    double  bb1[1010],bb2[1010],bb3[1010],cc1[1010],cc2[1010],cc3[1010];
    double  dtt,duu,th,Ric,Ra;
    FILE *datafile1,*datafile2,*datafile3,*datafile4,*datafile5;
    FILE *datafile6,*datafile7,*datafile8,*datafile9,*datafile10;
    FILE *datafile11,*datafile12,*datafile13,*datafile14,*datafile15;

    N=561;  /** 節点数 **/          N1=51;  /** 渦度の境界 **/
    N2=1000 ;  /** 要素数 **/          N4=102;  /** 流れ関数の境界 **/
    N5=51;  /** 既知の渦度 **/  NT=51;  /** 温度の境界 **/
    I4=51;  /** 熱放射の境界 **/  NN1=N1+N5;
    DT=0.001;  /** time step **/
    VIC=0.0000145;  /** 動粘性率 **/  VS=0;  /** すべり境界流速 **/
    ALPH=0.00251;  /** 熱伝達率 **/  AKAI=0.0000202;  /** 温度伝導率 **/
    BETA=0.00348;  /** 熱膨張率 **/  TAIR=10.0;  /** 外界の温度 **/
    TO=0.0;  /** 時刻 0 における流体の温度 **/
```

```

datafile1=fopen("II.dat","r");  /****節点番号の読込****/
for(i=0;i<N2;i++){
    fscanf(datafile1,"%d %d %d",&I[i][0],&I[i][1],&I[i][2]);
}
fclose(datafile1);

datafile2=fopen("XY.dat","r");  /****節点座標の読込****/
for(i=0;i<N;i++){
    fscanf(datafile2,"%lf %lf",&X[i],&Y[i]);
    X[i]=0.0025*X[i];    Y[i]=0.0025*Y[i];
}
fclose(datafile2);

for(i=0;i<N2;i++){
    /*****要素座標の計算*****/
    xx[i]=(X[I[i][0]]+X[I[i][1]]+X[I[i][2]])/3;
    yy[i]=(Y[I[i][0]]+Y[I[i][1]]+Y[I[i][2]])/3;
}

datafile3=fopen("FAI.dat","r");  /****流れ関数の境界****/
for(i=0;i<N4;i++){
    fscanf(datafile3,"%d %lf",&IBC[i],&VIBC[i]);
}
fclose(datafile3);

datafile4=fopen("VOL.dat","r");  /****渦度の境界****/
for(i=0;i<N1;i++){
    fscanf(datafile4,"%d %d %d",&IW[i][0],&IW[i][1],&IMO[i]);
}
fclose(datafile4);

datafile5=fopen("TB.dat","r");  /****温度の境界****/
for(i=0;i<NT;i++){
    fscanf(datafile5,"%d %lf",&ITC[i],&BT[i]);
}
fclose(datafile5);

datafile6=fopen("W0.dat","r");  /****既知の渦度****/
for(i=N1;i<NN1;i++){

```



```

    fscanf(datafile6,"%d %lf",&IW[i][0],&WBA[i]);
}
fclose(datafile6);

datafile7=fopen("FLX2.dat","r");    /***放熱のある節点***/
for(i=0;i<I4;i++){
    fscanf(datafile7,"%d",&IES[i]);
}
fclose(datafile7);

IX=0;          /***バンド幅 MB を求める***/
for(k=0;k<N2;k++){
    IY1=abs(I[k][0]-I[k][1]); IY2=abs(I[k][1]-I[k][2]); IY3=abs(I[k][2]-I[k][0]);
    IY=IY1;
    if(IY2>IY){
        IY=IY2;
    }
    else if(IY3>IY){
        IY=IY3;
    }
    if(IY>IX){
        IX=IY;
    }
}
MB=IX+1;

for(k=0;k<N2;k++){          /****全体マトリクス AA を求める***/
    I1=I[k][0]; I2=I[k][1]; I3=I[k][2];
    DELK=(X[I2]*Y[I3]+X[I1]*Y[I2]+X[I3]*Y[I1]);
    DEL[k]=DELK-(X[I3]*Y[I2]+X[I1]*Y[I3]+X[I2]*Y[I1]);
    DELT=DEL[k];
    bb1[k]=Y[I2]-Y[I3]; bb2[k]=Y[I3]-Y[I1]; bb3[k]=Y[I1]-Y[I2];
    cc1[k]=X[I3]-X[I2]; cc2[k]=X[I1]-X[I3]; cc3[k]=X[I2]-X[I1];
    b[0]=bb1[k]/DELT; b[1]=bb2[k]/DELT; b[2]=bb3[k]/DELT;
    c[0]=cc1[k]/DELT; c[1]=cc2[k]/DELT; c[2]=cc3[k]/DELT;
    S[0][0]=(b[0]*b[0]+c[0]*c[0])*DELT/2; S[0][1]=(b[0]*b[1]+c[0]*c[1])*DELT/2;
    S[0][2]=(b[0]*b[2]+c[0]*c[2])*DELT/2; S[1][1]=(b[1]*b[1]+c[1]*c[1])*DELT/2;
    S[1][2]=(b[1]*b[2]+c[1]*c[2])*DELT/2; S[2][2]=(b[2]*b[2]+c[2]*c[2])*DELT/2;
    S[1][0]=S[0][1]; S[2][0]=S[0][2]; S[2][1]=S[1][2];
}

```

```

for(IM=0;IM<3;IM++){
  IR=I[k][IM];
  for(IN=0;IN<3;IN++){
    IC=I[k][IN];      ID=IC-IR+1;
    if(ID<1){
      goto id1_next;
    }
    AA[IR][ID-1]=AA[IR][ID-1]+S[IM][IN];
    id1_next  :  ;
  }
}
}

for(j=0;j<I4-1;j++){          /*****放熱の境界条件の処理*****/
  J1=IES[j];   J2=IES[j+1];
  for(k=0;k<N2;k++){
    I1=I[k][0];  I2=I[k][1];  I3=I[k][2];
    if((I1==J1)&&(I2==J2)){
      XX=X[I1]-X[I2];      YY=Y[I1]-Y[I2];
      AL=(sqrt(XX*XX+YY*YY))*0.5;
      SL[k][0]=AL;  SL[k][1]=AL;  SL[k][2]=0;
      goto r0_next;
    }
    else if((I1==J1)&&(I3==J2)){
      XX=X[I1]-X[I3];      YY=Y[I1]-Y[I3];
      AL=(sqrt(XX*XX+YY*YY))*0.5;
      SL[k][0]=AL;  SL[k][1]=0;  SL[k][2]=AL;
      goto r0_next;
    }
    else if((I2==J1)&&(I3==J2)){
      XX=X[I2]-X[I3];      YY=Y[I2]-Y[I3];
      AL=(sqrt(XX*XX+YY*YY))*0.5;
      SL[k][0]=0;  SL[k][1]=AL;  SL[k][2]=AL;
      goto r0_next;
    }
    else if((I2==J1)&&(I1==J2)){
      XX=X[I1]-X[I2];      YY=Y[I1]-Y[I2];
      AL=(sqrt(XX*XX+YY*YY))*0.5;

```

```

    SL[k][0]=AL;  SL[k][1]=AL;  SL[k][2]=0;
    goto r0_next;
}
else if((I3==J1)&&(I1==J2)){
    XX=X[I1]-X[I3];          YY=Y[I1]-Y[I3];
    AL=(sqrt(XX*XX+YY*YY))*0.5;
    SL[k][0]=AL;  SL[k][1]=0;  SL[k][2]=AL;
    goto r0_next;
}
else if((I3==J1)&&(I2==J2)){
    XX=X[I2]-X[I3];          YY=Y[I2]-Y[I3];
    AL=sqrt(XX*XX+YY*YY)*0.5;
    SL[k][0]=0;  SL[k][1]=AL;  SL[k][2]=AL;
    goto r0_next;
}
else{
    goto r0_next;
}
r0_next : ;
}
}

IQ=0;                                     /****LOOP start****/
TT=0;  SS=0;                             /****初期化****/
datafile14=fopen("Ric.dat","w");
datafile15=fopen("Ra.dat","w");
for(h=0;h<10;h++){

    for(k=0;k<N;k++){                    /****A,Bの初期化****/
        B[k]=0;
        for(j=0;j<MB;j++){
A[k][j]=AA[k][j];
        }
    }

    /****流れ関数 B を求める****/
    for(k=0;k<N2;k++){                  /****前処理****/
        DELT=DEL[k];
        DES=DELT/24;

```

```

I1=I[k][0]; I2=I[k][1]; I3=I[k][2];      F1=W[I1]; F2=W[I2]; F3=W[I3];
BS[0]=(2*F1+F2+F3)*DES; BS[1]=(F1+2*F2+F3)*DES; BS[2]=(F1+F2+2*F3)*DES;
for(IM=0;IM<3;IM++){
    IR=I[k][IM];
    B[IR]=B[IR]+BS[IM];
}
}

for(k=0;k<N4;k++){      /****境界条件の適用****/
    n6=IBC[k];
    for(k1=0;k1<MB-1;k1++){
        IR=n6-k1-1;
        if(IR<0){
            goto ir1_next;
        }
        B[IR]=B[IR]-A[IR][k1+1]*VIBC[k];      A[IR][k1+1]=0;
        ir1_next : ;

        IR=n6+k1+1;
        if(IR>N-1){
            goto ir2_next;
        }
        B[IR]=B[IR]-A[n6][k1+1]*VIBC[k];      A[n6][k1+1]=0;
        ir2_next : ;
    }
    A[n6][0]=1;      B[n6]=VIBC[k];
}

for(i=0;i<30;i++){      /****マトリクスを解いて流れ関数Bを求める****/
    C[i]=0;
}

for(k=0;k<N;k++){
    B[k]=B[k]/A[k][0];
    for(j=1;j<MB;j++){
        C[j]=A[k][j];      A[k][j]=A[k][j]/A[k][0];
    }
    for(L=1;L<MB;L++){
        II=k+L;
        if(II>=N){

```

```

        goto l1_next;
    }
    j=0;
    for(LL=L;LL<MB;LL++){
        A[II][j]=A[II][j]-C[L]*A[k][LL];
        j=j+1;
    }
    B[II]=B[II]-C[L]*B[k];
    l1_next : ;
}

for(k=N-2;k>=0;k--){
    for(j=1;j<MB;j++){
        L=k+j;
        if(L>=N){
            goto j1_next;
        }
        B[k]=B[k]-A[k][j]*B[L];
        j1_next : ;
    }
} /****流れ関数 B=FAI****/

for(k=0;k<N2;k++){ /****流速 U=V[0][k], V=V[1][k] を求める****/
    I1=I[k][0]; I2=I[k][1]; I3=I[k][2];
    V[0][k]=(cc1[k]*B[I1]+cc2[k]*B[I2]+cc3[k]*B[I3])/DEL[k];
    V[1][k]=- (bb1[k]*B[I1]+bb2[k]*B[I2]+bb3[k]*B[I3])/DEL[k];
}

for(k=0;k<N1;k++){ /****渦度法による境界条件の処理****/
    if(IMO[k]==0){
        I1=IW[k][0]; I2=IW[k][1];
        XX=X[I2]-X[I1]; YY=Y[I2]-Y[I1];
        AL=XX*XX+YY*YY;
        HN=B[I2]; WN=W[I2];
        WBA[k]=(3*(B[I1]-HN)/AL)-(WN/2);
        goto imo_next;
    }
}

```

```

else if(IMO[k]==1){
    I1=IW[k][0];    I2=IW[k][1];
    XX=X[I2]-X[I1];    YY=Y[I2]-Y[I1];
    AL=sqrt(XX*XX+YY*YY);
    HN=B[I2];        WN=W[I2];
    WBA[k]=3*(B[I1]-HN-VS*AL)/(AL*AL)-(WN/2);
    goto imo_next;
}

else if(IMO[k]>1){
    I1=IW[k][0];    I2=IW[k][1];    I3=IMO[k];
    XM=(X[I2]+X[I3])/2;    YM=(Y[I2]+Y[I3])/2;
    XX=XM-X[I1];    YY=YM-Y[I1];
    AL=XX*XX+YY*YY;
    HN=(B[I2]+B[I3])/2;        WN=(W[I2]+W[I3])/2;
    WBA[k]=(3*(B[I1]-HN)/AL)-(WN/2);
    goto imo_next;
}
else{
    goto imo_next;
}
imo_next : ;
}

/****渦度を求める****/
for(k=0;k<N;k++){
    BB[k]=B[k];    B[k]=0;
    for(L=0;L<MB;L++){
        A[k][L]=0;
    }
}

for(k=0;k<N2;k++){    /****前処理****/
    I1=I[k][0];    I2=I[k][1];    I3=I[k][2];
    F1=W[I1];    F2=W[I2];    F3=W[I3];
    b[0]=bb1[k];    b[1]=bb2[k];    b[2]=bb3[k];
    c[0]=cc1[k];    c[1]=cc2[k];    c[2]=cc3[k];
    BW=(BB[I2]-BB[I3])*F1+(BB[I3]-BB[I1])*F2+(BB[I1]-BB[I2])*F3;
    BW=BW/6;
}

```

```

DE1=DEL[k]/(24*DT);
UE=VIC+(0.5*V[0][k]*V[0][k]*DT);
VE=VIC+(0.5*V[1][k]*V[1][k]*DT);
E1=b[0]*b[0]*UE+c[0]*c[0]*VE;    E2=b[0]*b[1]*UE+c[0]*c[1]*VE;
E3=b[0]*b[2]*UE+c[0]*c[2]*VE;    E4=b[1]*b[1]*UE+c[1]*c[1]*VE;
E5=b[1]*b[2]*UE+c[1]*c[2]*VE;    E6=b[2]*b[2]*UE+c[2]*c[2]*VE;
TFL=1.63333*BETA*(b[0]*T[I1]+b[1]*T[I2]+ b[2]*T[I3]);
BS[0]=-BW+DE1*(2*F1+F2+F3)+TFL;
BS[1]=-BW+DE1*(F1+2*F2+F3)+TFL;
BS[2]=-BW+DE1*(F1+F2+2*F3)+TFL;
FF=0.5/DEL[k];
S[0][0]=2*DE1+E1*FF;  S[0][1]=DE1+E2*FF;  S[0][2]=DE1+E3*FF;
S[1][1]=2*DE1+E4*FF;  S[1][2]=DE1+E5*FF;  S[2][2]=2*DE1+E6*FF;
S[1][0]=S[0][1];      S[2][0]=S[0][2];      S[2][1]=S[1][2];

for(IM=0;IM<3;IM++){
  IR=I[k][IM];
  for(IN=0;IN<3;IN++){
    IC=I[k][IN];    ID=IC-IR+1;
    if(ID<1){
      goto id2_next;
    }
    A[IR][ID-1]=A[IR][ID-1]+S[IM][IN];
    id2_next  :  ;
  }
  B[IR]=B[IR]+BS[IM];
}
}

for(k=0;k<NN1;k++){    /****境界条件の適用****/
  n6=IW[k][0];
  for(k1=0;k1<MB-1;k1++){
    IR=n6-k1-1;
    if(IR<0){
      goto ir3_next;
    }
    B[IR]=B[IR]-A[IR][k1+1]*WBA[k];          A[IR][k1+1]=0;
    ir3_next  :  ;
  }
}

```

```

    IR=n6+k1+1;
    if(IR>N-1){
        goto ir4_next;
    }
    B[IR]=B[IR]-A[n6][k1+1]*WBA[k];          A[n6][k1+1]=0;
    ir4_next  :  ;
}
A[n6][0]=1;          B[n6]=WBA[k];
}

for(k=0;k<30;k++){    /****マトリクスを解いて渦度Bを求める****/
    C[k]=0;
}
for(k=0;k<N;k++){
    B[k]=B[k]/A[k][0];
    for(j=1;j<MB;j++){
        C[j]=A[k][j];          A[k][j]=A[k][j]/A[k][0];
    }
    for(L=1;L<MB;L++){
        II=k+L;
        if(II>N-1){
            goto l2_next;
        }
        j=0;
        for(LL=L;LL<MB;LL++){
            A[II][j]=A[II][j]-C[L]*A[k][LL];
            j=j+1;
        }
        B[II]=B[II]-C[L]*B[k];
        l2_next  :  ;
    }
}

for(k=N-2;k>=0;k--){
    for(j=1;j<MB;j++){
        L=k+j;
        if(L>N-1){
            goto j2_next;
        }
    }
}

```



```

    B[k]=B[k]-A[k][j]*B[L];
    j2_next : ;
}
} /****渦度 B=w****/

/****温度を求める****/
for(i=0;i<N;i++){
    W[i]=B[i];    B[i]=0;
    for(j=0;j<MB;j++){
        A[i][j]=0;
    }
}

for(k=0;k<N2;k++){
    I1=I[k][0];    I2=I[k][1];    I3=I[k][2];
    F1=T[I1];      F2=T[I2];      F3=T[I3];
    b[0]=bb1[k];  b[1]=bb2[k];  b[2]=bb3[k];
    c[0]=cc1[k];  c[1]=cc2[k];  c[2]=cc3[k];
    BW=(BB[I2]-BB[I3])*F1+(BB[I3]-BB[I1])*F2+(BB[I1]-BB[I2])*F3;
    BW=BW/6;
    DE1=DEL[k]/(24*DT);
    UE=AKAI+(0.5*V[0][k]*V[0][k]*DT);
    VE=AKAI+(0.5*V[1][k]*V[1][k]*DT);
    E1=b[0]*b[0]*UE+c[0]*c[0]*VE;    E2=b[0]*b[1]*UE+c[0]*c[1]*VE;
    E3=b[0]*b[2]*UE+c[0]*c[2]*VE;    E4=b[1]*b[1]*UE+c[1]*c[1]*VE;
    E5=b[1]*b[2]*UE+c[1]*c[2]*VE;    E6=b[2]*b[2]*UE+c[2]*c[2]*VE;
    TG=(T[I1]+T[I2]+T[I3])/3;
    EZ=ALPH*(TG-TAIR);
    BS[0]=-BW+DE1*(2*F1+F2+F3)-SL[k][0]*EZ;
    BS[1]=-BW+DE1*(F1+2*F2+F3)-SL[k][1]*EZ;
    BS[2]=-BW+DE1*(F1+F2+2*F3)-SL[k][2]*EZ;
    FF=0.5/DEL[k];
    S[0][0]=2*DE1+E1*FF;    S[0][1]=DE1+E2*FF;    S[0][2]=DE1+E3*FF;
    S[1][1]=2*DE1+E4*FF;    S[1][2]=DE1+E5*FF;    S[2][2]=2*DE1+E6*FF;
    S[1][0]=S[0][1];        S[2][0]=S[0][2];        S[2][1]=S[1][2];

for(IM=0;IM<3;IM++){
    IR=I[k][IM];
    for(IN=0;IN<3;IN++){

```

```

        IC=I[k][IN];    ID=IC-IR+1;
        if(ID<1){
            goto id3_next;
        }
        A[IR][ID-1]=A[IR][ID-1]+S[IM][IN];
        id3_next  :  ;
    }
    B[IR]=B[IR]+BS[IM];
}
}

for(k=0;k<NT;k++){                                     /****境界条件の適用****/
    n6=ITC[k];
    for(k1=0;k1<MB-1;k1++){
        IR=n6-k1-1;
        if(IR<0){
            goto ir5_next;
        }
        B[IR]=B[IR]-A[IR][k1+1]*BT[k];                A[IR][k1+1]=0;
        ir5_next  :  ;

        IR=n6+k1+1;
        if(IR>N-1){
            goto ir6_next;
        }
        B[IR]=B[IR]-A[n6][k1+1]*BT[k];                A[n6][k1+1]=0;
        ir6_next  :  ;
    }
    A[n6][0]=1;    B[n6]=BT[k];
}

for(k=0;k<30;k++){                                     /****マトリクスを解いて温度 T を求める****/
    C[k]=0;
}
for(k=0;k<N;k++){
    B[k]=B[k]/A[k][0];
    for(j=1;j<MB;j++){
        C[j]=A[k][j];                                A[k][j]=A[k][j]/A[k][0];
    }
}

```

```

    }
    for(L=1;L<MB;L++){
        II=k+L;
        if(II>N-1){
            goto l3_next;
        }
        j=0;
        for(LL=L;LL<MB;LL++){
            A[II][j]=A[II][j]-C[L]*A[k][LL];
            j=j+1;
        }
        B[II]=B[II]-C[L]*B[k];
        l3_next : ;
    }
}

for(k=N-2;k>=0;k--){
    for(j=1;j<MB;j++){
        L=k+j;
        if(L>N-1){
            goto j3_next;
        }
        B[k]=B[k]-A[k][j]*B[L];
        j3_next : ;
    }
} /****温度 B=T****/

/*****結果処理*****/
/* Wm=0;
if(h%50==0){          ****渦度の全体平均値の計算****
for(i=0;i<N;i++){
    Wm=Wm+sqrt(W[i]*W[i]);
}
WM=(Wm)/N;
printf("%d %f\n",h,WM[h]);
} */

/* if(h>100&&(h%200==0)){          ****Richardson Numberの計算****
    dtt=B[175]-B[195]/(Y[175]-Y[195]);

```

```

        if(dtt<0){
            dtt=-dtt;
        }
        duu=(V[0][208]-V[0][233])/(yy[208]-yy[233]);
        duu=duu*duu;
        th=0;
        for(i=0;i<N;i++){
            th=th+B[i];
        }
        th=th/N;
        Ric=(9.8*dtt)/(th*duu);
        fprintf(datafile14,"%lf %lf\n",TT,Ric);
    } */

/* if(h>100&&(h%50==0)){          ****Rayleigh Numberの計算****
    dtt=B[79]-B[275];
    duu=(Y[275]-Y[79])*(Y[275]-Y[79])*(Y[275]-Y[79]);
    Ra=(9.8*BETA*dtt*duu)/(VIC*AKAI);
    fprintf(datafile15,"%lf %lf\n",TT,Ra);
} */

/* if(IQ==1000){                  /*****任意の時間の渦の出力*****/
    datafile11=fopen("Ondo1.dat","w");
    fprintf(datafile11,"%lf\n",TT);
    for(i=0;i<N;i++){
fprintf(datafile11,"%lf %lf %lf\n",X[i],Y[i],B[i]);
    }
    fclose(datafile11);
    }
*/
    for(k=0;k<N;k++){
        T[k]=B[k];      WW[k]=W[k];      B[k]=0;
    }
    IQ=IQ+1;      TT=TT+DT;
}
/****LOOP END****/
fclose(datafile14);
fclose(datafile15);
printf("%d %f\n",IQ,TT);

```

```

/****最終的な結果の出力****/
datafile8=fopen("Ryusoku.dat","w");
for(k=0;k<N2;k++){
    fprintf(datafile8,"%lf %lf %lf %lf\n",xx[k],yy[k],V[0][k],V[1][k]);
}
fclose(datafile8);

datafile9=fopen("Ondo.dat","w");
for(k=0;k<N;k++){
    fprintf(datafile9,"%lf %lf %lf\n",X[k],Y[k],T[k]);
}
fclose(datafile9);

datafile10=fopen("Uzudo.dat","w");
for(k=0;k<N;k++){
    fprintf(datafile10,"%lf %lf %lf\n",X[k],Y[k],W[k]);
}
fclose(datafile10);
}

```

## B 分割1における節点座標のデータ

x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
50	0	50	0.8	49	0	51	0	50	1.9	49	0.8	51	0.8
48	0	52	0	50	3.1	49	1.9	51	1.9	48	0.8	52	0.8
47	0	53	0	50	4.2	49	3.1	51	3.1	48	1.9	52	1.9
47	0.8	53	0.8	46	0	54	0	50	5.0	49	4.2	51	4.2
48	3.1	52	3.1	47	1.9	53	1.9	46	0.8	54	0.8	45	0
55	0	49	5.0	51	5.0	48	4.2	52	4.2	47	3.1	53	3.1
46	1.9	54	1.9	45	0.8	55	0.8	44	0	56	0	48	5.0
52	5.0	47	4.2	53	4.2	46	3.1	54	3.1	45	1.9	55	1.9
44	0.8	56	0.8	43	0	57	0	47	5.0	53	5.0	46	4.2
54	4.2	45	3.1	55	3.1	44	1.9	56	1.9	43	0.8	57	0.8
42	0	58	0	46	5.0	54	5.0	45	4.2	55	4.2	44	3.1
56	3.1	43	1.9	57	1.9	42	0.8	58	0.8	41	0	59	0
45	5.0	55	5.0	44	4.2	56	4.2	43	3.1	57	3.1	42	1.9
58	1.9	41	0.8	59	0.8	40	0	60	0	44	5.0	56	5.0
43	4.2	57	4.2	42	3.1	58	3.1	41	1.9	59	1.9	40	0.8
60	0.8	39	0	61	0	43	5.0	57	5.0	42	4.2	58	4.2
41	3.1	59	3.1	40	1.9	60	1.9	39	0.8	61	0.8	38	0
<sup>1</sup> 62	0	42	5.0	58	5.0	41	4.2	59	4.2	40	3.1	60	3.1
39	1.9	61	1.9	38	0.8	62	0.8	37	0	63	0	41	5.0
59	5.0	40	4.2	60	4.2	39	3.1	61	3.1	38	1.9	62	1.9
37	0.8	63	0.8	36	0	64	0	40	5.0	60	5.0	39	4.2
61	4.2	38	3.1	62	3.1	37	1.9	63	1.9	36	0.8	64	0.8
35	0	65	0	39	5.0	61	5.0	38	4.2	62	4.2	37	3.1
63	3.1	36	1.9	64	1.9	35	0.8	65	0.8	34	0	66	0
38	5.0	62	5.0	37	4.2	63	4.2	36	3.1	64	3.1	35	1.9
65	1.9	34	0.8	66	0.8	33	0	67	0	37	5.0	63	5.0
36	4.2	64	4.2	35	3.1	65	3.1	34	1.9	66	1.9	33	0.8
67	0.8	32	0	68	0	36	5.0	64	5.0	35	4.2	65	4.2
34	3.1	66	3.1	33	1.9	67	1.9	32	0.8	68	0.8	31	0
69	0	35	5.0	65	5.0	34	4.2	66	4.2	33	3.1	67	3.1
32	1.9	68	1.9	31	0.8	69	0.8	30	0	70	0	34	5.0
66	5.0	33	4.2	67	4.2	32	3.1	68	3.1	31	1.9	69	1.9
30	0.8	70	0.8	29	0	71	0	33	5.0	67	5.0	32	4.2
68	4.2	31	3.1	69	3.1	30	1.9	70	1.9	29	0.8	71	0.8
28	0	72	0	32	5.0	68	5.0	31	4.2	69	4.2	30	3.1
70	3.1	29	1.9	71	1.9	28	0.8	72	0.8	27	0	73	0

<sup>1</sup>節点データは左から右に  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) \dots$ 。要素番号も同じ。

x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
31	5.0	69	5.0	30	4.2	70	4.2	29	3.1	71	3.1	28	1.9
72	1.9	27	0.8	73	0.8	26	0	74	0	30	5.0	70	5.0
29	4.2	71	4.2	28	3.1	72	3.1	27	1.9	73	1.9	26	0.8
74	0.8	25	0	75	0	29	5.0	71	5.0	28	4.2	72	4.2
27	3.1	73	3.1	26	1.9	74	1.9	25	0.8	75	0.8	24	0
76	0	28	5.0	72	5.0	27	4.2	73	4.2	26	3.1	74	3.1
25	1.9	75	1.9	24	0.8	76	0.8	23	0	77	0	27	5.0
73	5.0	26	4.2	74	4.2	25	3.1	75	3.1	24	1.9	76	1.9
23	0.8	77	0.8	22	0	78	0	26	5.0	74	5.0	25	4.2
75	4.2	24	3.1	76	3.1	23	1.9	77	1.9	22	0.8	78	0.8
21	0	79	0	25	5.0	75	5.0	24	4.2	76	4.2	23	3.1
77	3.1	22	1.9	78	1.9	21	0.8	79	0.8	20	0	80	0
24	5.0	76	5.0	23	4.2	77	4.2	22	3.1	78	3.1	21	1.9
79	1.9	20	0.8	80	0.8	19	0	81	0	23	5.0	77	5.0
22	4.2	78	4.2	21	3.1	79	3.1	20	1.9	80	1.9	19	0.8
81	0.8	18	0	82	0	22	5.0	78	5.0	21	4.2	79	4.2
20	3.1	80	3.1	19	1.9	81	1.9	18	0.8	82	0.8	17	0
83	0	21	5.0	79	5.0	20	4.2	80	4.2	19	3.1	81	3.1
18	1.9	82	1.9	17	0.8	83	0.8	16	0	84	0	20	5.0
80	5.0	19	4.2	81	4.2	18	3.1	82	3.1	17	1.9	83	1.9
16	0.8	84	0.8	15	0	85	0	19	5.0	81	5.0	18	4.2
82	4.2	17	3.1	83	3.1	16	1.9	84	1.9	15	0.8	85	0.8
14	0	86	0	18	5.0	82	5.0	17	4.2	83	4.2	16	3.1
84	3.1	15	1.9	85	1.9	14	0.8	86	0.8	13	0	87	0
17	5.0	83	5.0	16	4.2	84	4.2	15	3.1	85	3.1	14	1.9
86	1.9	13	0.8	87	0.8	12	0	88	0	16	5.0	84	5.0
15	4.2	85	4.2	14	3.1	86	3.1	13	1.9	87	1.9	12	0.8
88	0.8	11	0	89	0	15	5.0	85	5.0	14	4.2	86	4.2
13	3.1	87	3.1	12	1.9	88	1.9	11	0.8	89	0.8	10	0
90	0	14	5.0	86	5.0	13	4.2	87	4.2	12	3.1	88	3.1
11	1.9	89	1.9	10	0.8	90	0.8	9	0	91	0	13	5.0
87	5.0	12	4.2	88	4.2	11	3.1	89	3.1	10	1.9	90	1.9
9	0.8	91	0.8	8	0	92	0	12	5.0	88	5.0	11	4.2
89	4.2	10	3.1	90	3.1	9	1.9	91	1.9	8	0.8	92	0.8
7	0	93	0	11	5.0	89	5.0	10	4.2	90	4.2	9	3.1
91	3.1	8	1.9	92	1.9	7	0.8	93	0.8	6	0	94	0
10	5.0	90	5.0	9	4.2	91	4.2	8	3.1	92	3.1	7	1.9
93	1.9	6	0.8	94	0.8	5	0	95	0	9	5.0	91	5.0
8	4.2	92	4.2	7	3.1	93	3.1	6	1.9	94	1.9	5	0.8

x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
95	0.8	4	0	96	0	8	5.0	92	5.0	7	4.2	93	4.2
6	3.1	94	3.1	5	1.9	95	1.9	4	0.8	96	0.8	3	0
97	0	7	5.0	93	5.0	6	4.2	94	4.2	5	3.1	95	3.1
4	1.9	96	1.9	3	0.8	97	0.8	2	0	98	0	6	5.0
94	5.0	5	4.2	95	4.2	4	3.1	96	3.1	3	1.9	97	1.9
2	0.8	98	0.8	1	0	99	0	5	5.0	95	5.0	4	4.2
96	4.2	3	3.1	97	3.1	2	1.9	98	1.9	1	0.8	99	0.8
0	0	100	0	4	5.0	96	5.0	3	4.2	97	4.2	2	3.1
98	3.1	1	1.9	99	1.9	0	0.8	100	0.8	3	5.0	97	5.0
2	4.2	98	4.2	1	3.1	99	3.1	0	1.9	100	1.9	2	5.0
98	5.0	1	4.2	99	4.2	0	3.1	100	3.1	1	5.0	99	5.0
0	4.2	100	4.2	0	5.0	100	5.0						



## C 分割2における節点座標のデータ

x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
100	0	100	1	95	0	105	0	100	3	95	1	105	1	90	0
110	0	100	5	95	3	105	3	90	1	110	1	85	0	115	0
100	7	95	5	105	5	90	3	110	3	85	1	115	1	80	0
120	0	100	10	95	7	105	7	90	5	110	5	85	3	115	3
80	1	120	1	75	0	125	0	100	13	95	10	105	10	90	7
110	7	85	5	115	5	80	3	120	3	75	1	125	1	70	0
130	0	100	15	95	13	105	13	90	10	110	10	85	7	115	7
80	5	120	5	75	3	125	3	70	1	130	1	65	0	135	0
100	17	95	15	105	15	90	13	110	13	85	10	115	10	80	7
120	7	75	5	125	5	70	3	130	3	65	1	135	1	60	0
140	0	100	19	95	17	105	17	90	15	110	15	85	13	115	13
80	10	120	10	75	7	125	7	70	5	130	5	65	3	135	3
60	1	140	1	55	0	145	0	100	20	95	19	105	19	90	17
110	17	85	15	115	15	80	13	120	13	75	10	125	10	70	7
130	7	65	5	135	5	60	3	140	3	55	1	145	1	50	0
150	0	95	20	105	20	90	19	110	19	85	17	115	17	80	15
120	15	75	13	125	13	70	10	130	10	65	7	135	7	60	5
140	5	55	3	145	3	50	1	150	1	45	0	155	0	90	20
110	20	85	19	115	19	80	17	120	17	75	15	125	15	70	13
130	13	65	10	135	10	60	7	140	7	55	5	145	5	50	3
150	3	45	1	155	1	40	0	160	0	85	20	115	20	80	19
120	19	75	17	125	17	70	15	130	15	65	13	135	13	60	10
140	10	55	7	145	7	50	5	150	5	45	3	155	3	40	1
160	1	35	0	165	0	80	20	120	20	75	19	125	19	70	17
130	17	65	15	135	15	60	13	140	13	55	10	145	10	50	7
150	7	45	5	155	5	40	3	160	3	35	1	165	1	30	0
170	0	75	20	125	20	70	19	130	19	65	17	135	17	60	15
140	15	55	13	145	13	50	10	150	10	45	7	155	7	40	5
160	5	35	3	165	3	30	1	170	1	26	0	174	0	70	20
130	20	65	19	135	19	60	17	140	17	55	15	145	15	50	13
150	13	45	10	155	10	40	7	160	7	35	5	165	5	30	3
170	3	26	1	174	1	22	0	178	0	65	20	135	20	60	19
140	19	55	17	145	17	50	15	150	15	45	13	155	13	40	10
160	10	35	7	165	7	30	5	170	5	26	3	174	3	22	1
178	1	18	0	182	0	60	20	140	20	55	19	145	19	50	17
150	17	45	15	155	15	40	13	160	13	35	10	165	10	30	7
170	7	26	5	174	5	22	3	178	3	18	1	182	1	15	0

x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
185	0	55	20	145	20	50	19	150	19	45	17	155	17	40	15
160	15	35	13	165	13	30	10	170	10	26	7	174	7	22	5
178	5	18	3	182	3	15	1	185	1	12	0	188	0	50	20
150	20	45	19	155	19	40	17	160	17	35	15	165	15	30	13
170	13	26	10	174	10	22	7	178	7	18	5	182	5	15	3
185	3	12	1	188	1	9	0	191	0	45	20	155	20	40	19
160	19	35	17	165	17	30	15	170	15	26	13	174	13	22	10
178	10	18	7	182	7	15	5	185	5	12	3	188	3	9	1
191	1	6	0	194	0	40	20	160	20	35	19	165	19	30	17
170	17	26	15	174	15	22	13	178	13	18	10	182	10	15	7
185	7	12	5	188	5	9	3	191	3	6	1	194	1	4	0
196	0	35	20	165	20	30	19	170	19	26	17	174	17	22	15
178	15	18	13	182	13	15	10	185	10	12	7	188	7	9	5
191	5	6	3	194	3	4	1	196	1	2	0	198	0	30	20
170	20	26	19	174	19	22	17	178	17	18	15	182	15	15	13
185	13	12	10	188	10	9	7	191	7	6	5	194	5	4	3
196	3	2	1	198	1	1	0	199	0	26	20	174	20	22	19
178	19	18	17	182	17	15	15	185	15	12	13	188	13	9	10
191	10	6	7	194	7	4	5	196	5	2	3	198	3	1	1
199	1	0	0	200	0	22	20	178	20	18	19	182	19	15	17
185	17	12	15	188	15	9	13	191	13	6	10	194	10	4	7
196	7	2	5	198	5	1	3	199	3	0	1	200	1	18	20
182	20	15	19	185	19	12	17	188	17	9	15	191	15	6	13
194	13	4	10	196	10	2	7	198	7	1	5	199	5	0	3
200	3	15	20	185	20	12	19	188	19	9	17	191	17	6	15
194	15	4	13	196	13	2	10	198	10	1	7	199	7	0	5
200	5	12	20	188	20	9	19	191	19	6	17	194	17	4	15
196	15	2	13	198	13	1	10	199	10	0	7	200	10	9	20
191	20	6	19	194	19	4	17	196	17	2	15	198	15	1	13
199	13	0	10	200	10	6	20	194	20	4	19	196	19	2	17
198	17	1	15	199	15	0	13	200	13	4	20	196	20	2	19
198	19	1	17	199	17	0	15	200	15	2	20	198	20	1	19
199	19	0	17	200	17	1	20	199	20	0	19	200	19	0	20
200	20														

## D 分割1における要素節点番号のデータ

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
25	36	26	36	48	38	48	60	50	60	72	62	72	84	74
84	96	86	96	108	98	108	120	110	120	132	122	132	144	134
144	156	146	156	168	158	168	180	170	180	192	182	192	204	194
204	216	206	216	228	218	228	240	230	240	252	242	252	264	254
264	276	266	276	288	278	288	300	290	300	312	302	312	324	314
324	336	326	336	348	338	348	360	350	360	372	362	372	384	374
384	396	386	396	408	398	408	420	410	420	432	422	432	444	434
444	456	446	456	468	458	468	480	470	480	492	482	492	504	494
504	516	506	516	528	518	528	540	530	540	552	542	552	564	554
564	576	566	576	586	578	586	594	588	594	600	596	604	596	600
25	26	16	36	38	26	48	50	38	60	62	50	72	74	62
84	86	74	96	98	86	108	110	98	120	122	110	132	134	122
144	146	134	156	158	146	168	170	158	180	182	170	192	194	182
204	206	194	216	218	206	228	230	218	240	242	230	252	254	242
264	266	254	276	278	266	288	290	278	300	302	290	312	314	302
324	326	314	336	338	326	348	350	338	360	362	350	372	374	362
384	386	374	396	398	386	408	410	398	420	422	410	432	434	422
444	446	434	456	458	446	468	470	458	480	482	470	492	494	482
504	506	494	516	518	506	528	530	518	540	542	530	552	554	542
564	566	554	576	578	566	586	588	578	594	596	588	604	602	596
16	26	17	26	38	28	38	50	40	50	62	52	62	74	64
74	86	76	86	98	88	98	110	100	110	122	112	122	134	124
134	146	136	146	158	148	158	170	160	170	182	172	182	194	184
194	206	196	206	218	208	218	230	220	230	242	232	242	254	244
254	266	256	266	278	268	278	290	280	290	302	292	302	314	304
314	326	316	326	338	328	338	350	340	350	362	352	362	374	364
374	386	376	386	398	388	398	410	400	410	422	412	422	434	424
434	446	436	446	458	448	458	470	460	470	482	472	482	494	484
494	506	496	506	518	508	518	530	520	530	542	532	542	554	544
554	566	556	566	578	568	578	588	580	588	596	590	596	602	598
16	17	9	26	28	17	38	40	28	50	52	40	62	64	52
74	76	64	86	88	76	98	100	88	110	112	100	122	124	112
134	136	124	146	148	136	158	160	148	170	172	160	182	184	172
194	196	184	206	208	196	218	220	208	230	232	220	242	244	232
254	256	244	266	268	256	278	280	268	290	292	280	302	304	292
314	316	304	326	328	316	338	340	328	350	352	340	362	364	352
374	376	364	386	388	376	398	400	388	410	412	400	422	424	412

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
434	436	424	446	448	436	458	460	448	470	472	460	482	484	472
494	496	484	506	508	496	518	520	508	530	532	520	542	544	532
554	556	544	566	568	556	578	580	568	588	590	580	596	598	590
9	17	10	17	28	19	28	40	30	40	52	42	52	64	54
64	76	66	76	88	78	88	100	90	100	112	102	112	124	114
124	136	126	136	148	138	148	160	150	160	172	162	172	184	174
184	196	186	196	208	198	208	220	210	220	232	222	232	244	234
244	256	246	256	268	258	268	280	270	280	292	282	292	304	294
304	316	306	316	328	318	328	340	330	340	352	342	352	364	354
364	376	366	376	388	378	388	400	390	400	412	402	412	424	414
424	436	426	436	448	438	448	460	450	460	472	462	472	484	474
484	496	486	496	508	498	508	520	510	520	532	522	532	544	534
544	556	546	556	568	558	568	580	570	580	590	582	590	598	592
9	10	4	17	19	10	28	30	19	40	42	30	52	54	42
64	66	54	76	78	66	88	90	78	100	102	90	112	114	102
124	126	114	136	138	126	148	150	138	160	162	150	172	174	162
184	186	174	196	198	186	208	210	198	220	222	210	232	234	222
244	246	234	256	258	246	268	270	258	280	282	270	292	294	282
304	306	294	316	318	306	328	330	318	340	342	330	352	354	342
364	366	354	376	378	366	388	390	378	400	402	390	412	414	402
424	426	414	436	438	426	448	450	438	460	462	450	472	474	462
484	486	474	496	498	486	508	510	498	520	522	510	532	534	522
544	546	534	556	558	546	568	570	558	580	582	570	590	592	582
4	10	5	10	19	12	19	30	21	30	42	32	42	54	44
54	66	56	66	78	68	78	90	80	90	102	92	102	114	104
114	126	116	126	138	128	138	150	140	150	162	152	162	174	164
174	186	176	186	198	188	198	210	200	210	222	212	222	234	224
234	246	236	246	258	248	258	270	260	270	282	272	282	294	284
294	306	296	306	318	308	318	330	320	330	342	332	342	354	344
354	366	356	366	378	368	378	390	380	390	402	392	402	414	404
414	426	416	426	438	428	438	450	440	450	462	452	462	474	464
474	486	476	486	498	488	498	510	500	510	522	512	522	534	524
534	546	536	546	558	548	558	570	560	570	582	572	582	592	584
4	5	1	10	12	5	19	21	12	30	32	21	42	44	32
54	56	44	66	68	56	78	80	68	90	92	80	102	104	92
114	116	104	126	128	116	138	140	128	150	152	140	162	164	152
174	176	164	186	188	176	198	200	188	210	212	200	222	224	212
234	236	224	246	248	236	258	260	248	270	272	260	282	284	272
294	296	284	306	308	296	318	320	308	330	332	320	342	344	332

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
354	356	344	366	368	356	378	380	368	390	392	380	402	404	392
414	416	404	426	428	416	438	440	428	450	452	440	462	464	452
474	476	464	486	488	476	498	500	488	510	512	500	522	524	512
534	536	524	546	548	536	558	560	548	570	572	560	582	584	572
1	5	2	5	12	7	12	21	14	21	32	23	32	44	34
44	56	46	56	68	58	68	80	70	80	92	82	92	104	94
104	116	106	116	128	118	128	140	130	140	152	142	152	164	154
164	176	166	176	188	178	188	200	190	200	212	202	212	224	214
224	236	226	236	248	238	248	260	250	260	272	262	272	284	274
284	296	286	296	308	298	308	320	310	320	332	322	332	344	334
344	356	346	356	368	358	368	380	370	380	392	382	392	404	394
404	416	406	416	428	418	428	440	430	440	452	442	452	464	454
464	476	466	476	488	478	488	500	490	500	512	502	512	524	514
524	536	526	536	548	538	548	560	550	560	572	562	572	584	574
1	2	0	5	7	2	12	14	7	21	23	14	32	34	23
44	46	34	56	58	46	68	70	58	80	82	70	92	94	82
104	106	94	116	118	106	128	130	118	140	142	130	152	154	142
164	166	154	176	178	166	188	190	178	200	202	190	212	214	202
224	226	214	236	238	226	248	250	238	260	262	250	272	274	262
284	286	274	296	298	286	308	310	298	320	322	310	332	334	322
344	346	334	356	358	346	368	370	358	380	382	370	392	394	382
404	406	394	416	418	406	428	430	418	440	442	430	452	454	442
464	466	454	476	478	466	488	490	478	500	502	490	512	514	502
524	526	514	536	538	526	548	550	538	560	562	550	572	574	562
601	597	605	601	595	597	595	587	589	587	577	579	577	565	567
565	553	555	553	541	543	541	529	531	529	517	519	517	505	507
505	493	495	493	481	483	481	469	471	469	457	459	457	445	447
445	433	435	433	421	423	421	409	411	409	397	399	397	385	387
385	373	375	373	361	363	361	349	351	349	337	339	337	325	327
325	313	315	313	301	303	301	289	291	289	277	279	277	265	267
265	253	255	253	241	243	241	229	231	229	217	219	217	205	207
205	193	195	193	181	183	181	169	171	169	157	159	157	145	147
145	133	135	133	121	123	121	109	111	109	97	99	97	85	87
85	73	75	73	61	63	61	49	51	49	37	39	37	25	27
597	603	605	595	589	597	587	579	589	577	567	579	565	555	567
553	543	555	541	531	543	529	519	531	517	507	519	505	495	507
493	483	495	481	471	483	469	459	471	457	447	459	445	435	447
433	423	435	421	411	423	409	399	411	397	387	399	385	375	387
373	363	375	361	351	363	349	339	351	337	327	339	325	315	327

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
313	303	315	301	291	303	289	279	291	277	267	279	265	255	267
253	243	255	241	231	243	229	219	231	217	207	219	205	195	207
193	183	195	181	171	183	169	159	171	157	147	159	145	135	147
133	123	135	121	111	123	109	99	111	97	87	99	85	75	87
73	63	75	61	51	63	49	39	51	37	27	39	25	16	27
603	597	599	597	589	591	589	579	581	579	567	569	567	555	557
555	543	545	543	531	533	531	519	521	519	507	509	507	495	497
495	483	485	483	471	473	471	459	461	459	447	449	447	435	437
435	423	425	423	411	413	411	399	401	399	387	389	387	375	377
375	363	365	363	351	353	351	339	341	339	327	329	327	315	317
315	303	305	303	291	293	291	279	281	279	267	269	267	255	257
255	243	245	243	231	233	231	219	221	219	207	209	207	195	197
195	183	185	183	171	173	171	159	161	159	147	149	147	135	137
135	123	125	123	111	113	111	99	101	99	87	89	87	75	77
75	63	65	63	51	53	51	39	41	39	27	29	27	16	18
597	591	599	589	581	591	579	569	581	567	557	569	555	545	557
543	533	545	531	521	533	519	509	521	507	497	509	495	485	497
483	473	485	471	461	473	459	449	461	447	437	449	435	425	437
423	413	425	411	401	413	399	389	401	387	377	389	375	365	377
363	353	365	351	341	353	339	329	341	327	317	329	315	305	317
303	293	305	291	281	293	279	269	281	267	257	269	255	245	257
243	233	245	231	221	233	219	209	221	207	197	209	195	185	197
183	173	185	171	161	173	159	149	161	147	137	149	135	125	137
123	113	125	111	101	113	99	89	101	87	77	89	75	65	77
63	53	65	51	41	53	39	29	41	27	18	29	16	9	18
599	591	593	591	581	583	581	569	571	569	557	559	557	545	547
545	533	535	533	521	523	521	509	511	509	497	499	497	485	487
485	473	475	473	461	463	461	449	451	449	437	439	437	425	427
425	413	415	413	401	403	401	389	391	389	377	379	377	365	367
365	353	355	353	341	343	341	329	331	329	317	319	317	305	307
305	293	295	293	281	283	281	269	271	269	257	259	257	245	247
245	233	235	233	221	223	221	209	211	209	197	199	197	185	187
185	173	175	173	161	163	161	149	151	149	137	139	137	125	127
125	113	115	113	101	103	101	89	91	89	77	79	77	65	67
65	53	55	53	41	43	41	29	31	29	18	20	18	9	11
591	583	593	581	571	583	569	559	571	557	547	559	545	535	547
533	523	535	521	511	523	509	499	511	497	487	499	485	475	487
473	463	475	461	451	463	449	439	451	437	427	439	425	415	427
413	403	415	401	391	403	389	379	391	377	367	379	365	355	367

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
353	343	355	341	331	343	329	319	331	317	307	319	305	295	307
293	283	295	281	271	283	269	259	271	257	247	259	245	235	247
233	223	235	221	211	223	209	199	211	197	187	199	185	175	187
173	163	175	161	151	163	149	139	151	137	127	139	125	115	127
113	103	115	101	91	103	89	79	91	77	67	79	65	55	67
53	43	55	41	31	43	29	20	31	18	11	20	9	4	11
593	583	585	583	571	573	571	559	561	559	547	549	547	535	537
535	523	525	523	511	513	511	499	501	499	487	489	487	475	477
475	463	465	463	451	453	451	439	441	439	427	429	427	415	417
415	403	405	403	391	393	391	379	381	379	367	369	367	355	357
355	343	345	343	331	333	331	319	321	319	307	309	307	295	297
295	283	285	283	271	273	271	259	261	259	247	249	247	235	237
235	223	225	223	211	213	211	199	201	199	187	189	187	175	177
175	163	165	163	151	153	151	139	141	139	127	129	127	115	117
115	103	105	103	91	93	91	79	81	79	67	69	67	55	57
55	43	45	43	31	33	31	20	22	20	11	13	11	4	6
583	573	585	571	561	573	559	549	561	547	537	549	535	525	537
523	513	525	511	501	513	499	489	501	487	477	489	475	465	477
463	453	465	451	441	453	439	429	441	427	417	429	415	405	417
403	393	405	391	381	393	379	369	381	367	357	369	355	345	357
343	333	345	331	321	333	319	309	321	307	297	309	295	285	297
283	273	285	271	261	273	259	249	261	247	237	249	235	225	237
223	213	225	211	201	213	199	189	201	187	177	189	175	165	177
163	153	165	151	141	153	139	129	141	127	117	129	115	105	117
103	93	105	91	81	93	79	69	81	67	57	69	55	45	57
43	33	45	31	22	33	20	13	22	11	6	13	4	1	6
585	573	575	573	561	563	561	549	551	549	537	539	537	525	527
525	513	515	513	501	503	501	489	491	489	477	479	477	465	467
465	453	455	453	441	443	441	429	431	429	417	419	417	405	407
405	393	395	393	381	383	381	369	371	369	357	359	357	345	347
345	333	335	333	321	323	321	309	311	309	297	299	297	285	287
285	273	275	273	261	263	261	249	251	249	237	239	237	225	227
225	213	215	213	201	203	201	189	191	189	177	179	177	165	167
165	153	155	153	141	143	141	129	131	129	117	119	117	105	107
105	93	95	93	81	83	81	69	71	69	57	59	57	45	47
45	33	35	33	22	24	22	13	15	13	6	8	6	1	3
573	563	575	561	551	563	549	539	551	537	527	539	525	515	527
513	503	515	501	491	503	489	479	491	477	467	479	465	455	467
453	443	455	441	431	443	429	419	431	417	407	419	405	395	407

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
393	383	395	381	371	383	369	359	371	357	347	359	345	335	347
333	323	335	321	311	323	309	299	311	297	287	299	285	275	287
273	263	275	261	251	263	249	239	251	237	227	239	225	215	227
213	203	215	201	191	203	189	179	191	177	167	179	165	155	167
153	143	155	141	131	143	129	119	131	117	107	119	105	95	107
93	83	95	81	71	83	69	59	71	57	47	59	45	35	47
33	24	35	22	15	24	13	8	15	6	3	8	1	0	3



## E 分割2における要素節点番号のデータ

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
100	121	101	121	143	123	143	165	145	165	187	167	187	209	189
209	231	211	231	253	233	253	275	255	275	297	277	297	319	299
319	341	321	341	363	343	363	385	365	385	407	387	407	429	409
429	451	431	451	471	453	471	489	473	489	505	491	505	519	507
519	531	521	531	541	533	541	549	543	549	555	551	559	551	555
100	101	81	121	123	101	143	145	123	165	167	145	187	189	167
209	211	189	231	233	211	253	255	233	275	277	255	297	299	277
319	321	299	341	343	321	363	365	343	385	387	365	407	409	387
429	431	409	451	453	431	471	473	453	489	491	473	505	507	491
519	521	507	531	533	521	541	543	533	549	551	543	559	557	551
81	101	82	101	123	103	123	145	125	145	167	147	167	189	169
189	211	191	211	233	213	233	255	235	255	277	257	277	299	279
299	321	301	321	343	323	343	365	345	365	387	367	387	409	389
409	431	411	431	453	433	453	473	455	473	491	475	491	507	493
507	521	509	521	533	523	533	543	535	543	551	545	551	557	553
81	82	64	101	103	82	123	125	103	145	147	125	167	169	147
189	191	169	211	213	191	233	235	213	255	257	235	277	279	257
299	301	279	321	323	301	343	345	323	365	367	345	387	389	367
409	411	389	431	433	411	453	455	433	473	475	455	491	493	475
507	509	493	521	523	509	533	535	523	543	545	535	551	553	545
64	82	65	82	103	84	103	125	105	125	147	127	147	169	149
169	191	171	191	213	193	213	235	215	235	257	237	257	279	259
279	301	281	301	323	303	323	345	325	345	367	347	367	389	369
389	411	391	411	433	413	433	455	435	455	475	457	475	493	477
493	509	495	509	523	511	523	535	525	535	545	537	545	553	547
64	65	49	82	84	65	103	105	84	125	127	105	147	149	127
169	171	149	191	193	171	213	215	193	235	237	215	257	259	237
279	281	259	301	303	281	323	325	303	345	347	325	367	369	347
389	391	369	411	413	391	433	435	413	455	457	435	475	477	457
493	495	477	509	511	495	523	525	511	535	537	525	545	547	537
49	65	50	65	84	67	84	105	86	105	127	107	127	149	129
149	171	151	171	193	173	193	215	195	215	237	217	237	259	239
259	281	261	281	303	283	303	325	305	325	347	327	347	369	349
369	391	371	391	413	393	413	435	415	435	457	437	457	477	459
477	495	479	495	511	497	511	525	513	525	537	527	537	547	539
49	50	36	65	67	50	84	86	67	105	107	86	127	129	107
149	151	129	171	173	151	193	195	173	215	217	195	237	239	217

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
259	261	239	281	283	261	303	305	283	325	327	305	347	349	327
369	371	349	391	393	371	413	415	393	435	437	415	457	459	437
477	479	459	495	497	479	511	513	497	525	527	513	537	539	527
36	50	37	50	67	52	67	86	69	86	107	88	107	129	109
129	151	131	151	173	153	173	195	175	195	217	197	217	239	219
239	261	241	261	283	263	283	305	285	305	327	307	327	349	329
349	371	351	371	393	373	393	415	395	415	437	417	437	459	439
459	479	461	479	497	481	497	513	499	513	527	515	527	539	529
36	37	25	50	52	37	67	69	52	86	88	69	107	109	88
129	131	109	151	153	131	173	175	153	195	197	175	217	219	197
239	241	219	261	263	241	283	285	263	305	307	285	327	329	307
349	351	329	371	373	351	393	395	373	415	417	395	437	439	417
459	461	439	479	481	461	497	499	481	513	515	499	527	529	515
25	37	26	37	52	39	52	69	54	69	88	71	88	109	90
109	131	111	131	153	133	153	175	155	175	197	177	197	219	199
219	241	221	241	263	243	263	285	265	285	307	287	307	329	309
329	351	331	351	373	353	373	395	375	395	417	397	417	439	419
439	461	441	461	481	463	481	499	483	499	515	501	515	529	517
25	26	16	37	39	26	52	54	39	69	71	54	88	90	71
109	111	90	131	133	111	153	155	133	175	177	155	197	199	177
219	221	199	241	243	221	263	265	243	285	287	265	307	309	287
329	331	309	351	353	331	373	375	353	395	397	375	417	419	397
439	441	419	461	463	441	481	483	463	499	501	483	515	517	501
16	26	17	26	39	28	39	54	41	54	71	56	71	90	73
90	111	92	111	133	113	133	155	135	155	177	157	177	199	179
199	221	201	221	243	223	243	265	245	265	287	267	287	309	289
309	331	311	331	353	333	353	375	355	375	397	377	397	419	399
419	441	421	441	463	443	463	483	465	483	501	485	501	517	503
16	17	9	26	28	17	39	41	28	54	56	41	71	73	56
90	92	73	111	113	92	133	135	113	155	157	135	177	179	157
199	201	179	221	223	201	243	245	223	265	267	245	287	289	267
309	311	289	331	333	311	353	355	333	375	377	355	397	399	377
419	421	399	441	443	421	463	465	443	483	485	465	501	503	485
9	17	10	17	28	19	28	41	30	41	56	43	56	73	58
73	92	75	92	113	94	113	135	115	135	157	137	157	179	159
179	201	181	201	223	203	223	245	225	245	267	247	267	289	269
289	311	291	311	333	313	333	355	335	355	377	357	377	399	379
399	421	401	421	443	423	443	465	445	465	485	467	485	503	487
9	10	4	17	19	10	28	30	19	41	43	30	56	58	43

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
73	75	58	92	94	75	113	115	94	135	137	115	157	159	137
179	181	159	201	203	181	223	225	203	245	247	225	267	269	247
289	291	269	311	313	291	333	335	313	355	357	335	377	379	357
399	401	379	421	423	401	443	445	423	465	467	445	485	487	467
4	10	5	10	19	12	19	30	21	30	43	32	43	58	45
58	75	60	75	94	77	94	115	96	115	137	117	137	159	139
159	181	161	181	203	183	203	225	205	225	247	227	247	269	249
269	291	271	291	313	293	313	335	315	335	357	337	357	379	359
379	401	381	401	423	403	423	445	425	445	467	447	467	487	469
4	5	1	10	12	5	19	21	12	30	32	21	43	45	32
58	60	45	75	77	60	94	96	77	115	117	96	137	139	117
159	161	139	181	183	161	203	205	183	225	227	205	247	249	227
269	271	249	291	293	271	313	315	293	335	337	315	357	359	337
379	381	359	401	403	381	423	425	403	445	447	425	467	469	447
1	5	2	5	12	7	12	21	14	21	32	23	32	45	34
45	60	47	60	77	62	77	96	79	96	117	98	117	139	119
139	161	141	161	183	163	183	205	185	205	227	207	227	249	229
249	271	251	271	293	273	293	315	295	315	337	317	337	359	339
359	381	361	381	403	383	403	425	405	425	447	427	447	469	449
1	2	0	5	7	2	12	14	7	21	23	14	32	34	23
45	47	34	60	62	47	77	79	62	96	98	79	117	119	98
139	141	119	161	163	141	183	185	163	205	207	185	227	229	207
249	251	229	271	273	251	293	295	273	315	317	295	337	339	317
359	361	339	381	383	361	403	405	383	425	427	405	447	449	427
556	552	560	556	550	552	550	542	544	542	532	534	532	520	522
520	506	508	506	490	492	490	472	474	472	452	454	452	430	432
430	408	410	408	386	388	386	364	366	364	342	344	342	320	322
320	298	300	298	276	278	276	254	256	254	232	234	232	210	212
210	188	190	188	166	168	166	144	146	144	122	124	122	100	102
552	558	560	550	544	552	542	534	544	532	522	534	520	508	522
506	492	508	490	474	492	472	454	474	452	432	454	430	410	432
408	388	410	386	366	388	364	344	366	342	322	344	320	300	322
298	278	300	276	256	278	254	234	256	232	212	234	210	190	212
188	168	190	166	146	168	144	124	146	122	102	124	100	81	102
558	552	554	552	544	546	544	534	536	534	522	524	522	508	510
508	492	494	492	474	476	474	454	456	454	432	434	432	410	412
410	388	390	388	366	368	366	344	346	344	322	324	322	300	302
300	278	280	278	256	258	256	234	236	234	212	214	212	190	192
190	168	170	168	146	148	146	124	126	124	102	104	102	81	83

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
552	546	554	544	536	546	534	524	536	522	510	524	508	494	510
492	476	494	474	456	476	454	434	456	432	412	434	410	390	412
388	368	390	366	346	368	344	324	346	322	302	324	300	280	302
278	258	280	256	236	258	234	214	236	212	192	214	190	170	192
168	148	170	146	126	148	124	104	126	102	83	104	81	64	83
554	546	548	546	536	538	536	524	526	524	510	512	510	494	496
494	476	478	476	456	458	456	434	436	434	412	414	412	390	392
390	368	370	368	346	348	346	324	326	324	302	304	302	280	282
280	258	260	258	236	238	236	214	216	214	192	194	192	170	172
170	148	150	148	126	128	126	104	106	104	83	85	83	64	66
546	538	548	536	526	538	524	512	526	510	496	512	494	478	496
476	458	478	456	436	458	434	414	436	412	392	414	390	370	392
368	348	370	346	326	348	324	304	326	302	282	304	280	260	282
258	238	260	236	216	238	214	194	216	192	172	194	170	150	172
148	128	150	126	106	128	104	85	106	83	66	85	64	49	66
548	538	540	538	526	528	526	512	514	512	496	498	496	478	480
478	458	460	458	436	438	436	414	416	414	392	394	392	370	372
370	348	350	348	326	328	326	304	306	304	282	284	282	260	262
260	238	240	238	216	218	216	194	196	194	172	174	172	150	152
150	128	130	128	106	108	106	85	87	85	66	68	66	49	51
538	528	540	526	514	528	512	498	514	496	480	498	478	460	480
458	438	460	436	416	438	414	394	416	392	372	394	370	350	372
348	328	350	326	306	328	304	284	306	282	262	284	260	240	262
238	218	240	216	196	218	194	174	196	172	152	174	150	130	152
128	108	130	106	87	108	85	68	87	66	51	68	49	36	51
540	528	530	528	514	516	514	498	500	498	480	482	480	460	462
460	438	440	438	416	418	416	394	396	394	372	374	372	350	352
350	328	330	328	306	308	306	284	286	284	262	264	262	240	242
240	218	220	218	196	198	196	174	176	174	152	154	152	130	132
130	108	110	108	87	89	87	68	70	68	51	53	51	36	38
528	516	530	514	500	516	498	482	500	480	462	482	460	440	462
438	418	440	416	396	418	394	374	396	372	352	374	350	330	352
328	308	330	306	286	308	284	264	286	262	242	264	240	220	242
218	198	220	196	176	198	174	154	176	152	132	154	130	110	132
108	89	110	87	70	89	68	53	70	51	38	53	36	25	38
530	516	518	516	500	502	500	482	484	482	462	464	462	440	442
440	418	420	418	396	398	396	374	376	374	352	354	352	330	332
330	308	310	308	286	288	286	264	266	264	242	244	242	220	222
220	198	200	198	176	178	176	154	156	154	132	134	132	110	112

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
110	89	91	89	70	72	70	53	55	53	38	40	38	25	27
516	502	518	500	484	502	482	464	484	462	442	464	440	420	442
418	398	420	396	376	398	374	354	376	352	332	354	330	310	332
308	288	310	286	266	288	264	244	266	242	222	244	220	200	222
198	178	200	176	156	178	154	134	156	132	112	134	110	91	112
89	72	91	70	55	72	53	40	55	38	27	40	25	16	27
518	502	504	502	484	486	484	464	466	464	442	444	442	420	422
420	398	400	398	376	378	376	354	356	354	332	334	332	310	312
310	288	290	288	266	268	266	244	246	244	222	224	222	200	202
200	178	180	178	156	158	156	134	136	134	112	114	112	91	93
91	72	74	72	55	57	55	40	42	40	27	29	27	16	18
502	486	504	484	466	486	464	444	466	442	422	444	420	400	422
398	378	400	376	356	378	354	334	356	332	312	334	310	290	312
288	268	290	266	246	268	244	224	246	222	202	224	200	180	202
178	158	180	156	136	158	134	114	136	112	93	114	91	74	93
72	57	74	55	42	57	40	29	42	27	18	29	16	9	18
504	486	488	486	466	468	466	444	446	444	422	424	422	400	402
400	378	380	378	356	358	356	334	336	334	312	314	312	290	292
290	268	270	268	246	248	246	224	226	224	202	204	202	180	182
180	158	160	158	136	138	136	114	116	114	93	95	93	74	76
74	57	59	57	42	44	42	29	31	29	18	20	18	9	11
486	468	488	466	446	468	444	424	446	422	402	424	400	380	402
378	358	380	356	336	358	334	314	336	312	292	314	290	270	292
268	248	270	246	226	248	224	204	226	202	182	204	180	160	182
158	138	160	136	116	138	114	95	116	93	76	95	74	59	76
57	44	59	42	31	44	29	20	31	18	11	20	9	4	11
488	468	470	468	446	448	446	424	426	424	402	404	402	380	382
380	358	360	358	336	338	336	314	316	314	292	294	292	270	272
270	248	250	248	226	228	226	204	206	204	182	184	182	160	162
160	138	140	138	116	118	116	95	97	95	76	78	76	59	61
59	44	46	44	31	33	31	20	22	20	11	13	11	4	6
468	448	470	446	426	448	424	404	426	402	382	404	380	360	382
358	338	360	336	316	338	314	294	316	292	272	294	270	250	272
248	228	250	226	206	228	204	184	206	182	162	184	160	140	162
138	118	140	116	97	118	95	78	97	76	61	78	59	46	61
44	33	46	31	22	33	20	13	22	11	6	13	4	1	6
470	448	450	448	426	428	426	404	406	404	382	384	382	360	362
360	338	340	338	316	318	316	294	296	294	272	274	272	250	252
250	228	230	228	206	208	206	184	186	184	162	164	162	140	144

I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3	I1	I2	I3
140	118	120	118	97	99	97	78	80	78	61	63	61	46	48
46	33	35	33	22	24	22	13	15	13	6	8	6	1	3
448	428	450	426	406	428	404	384	406	382	362	384	360	340	362
338	318	340	316	296	318	294	274	296	272	252	274	250	230	252
228	208	230	206	186	208	184	164	186	162	142	164	140	120	142
118	99	120	97	80	99	78	63	80	61	48	63	46	35	48
33	24	35	22	15	24	13	8	15	6	3	8	1	0	3